Index

Introducción

¿Para qué sirven las matemáticas?

Las matemáticas sirve para muchas cosas, entre ellas para hacer predicciones. Por ejemplo, con la Ley de Ohm podemos predecir la corriente que pasará por una resistencia, si aplicamos cierta tensión. Los conocimientos necesarios para hacer esta predicción son muy básicos. Otro ejemplo, que requiere conocimientos matemáticos avanzados, es realizar modelos matemáticos para predecir el tiempo.

Las matemáticas también sirven para describir perímetros, superficies o volúmenes de figuras y formas. Por ello, encuentran su aplicación en el dibujo técnico o la cartografía.

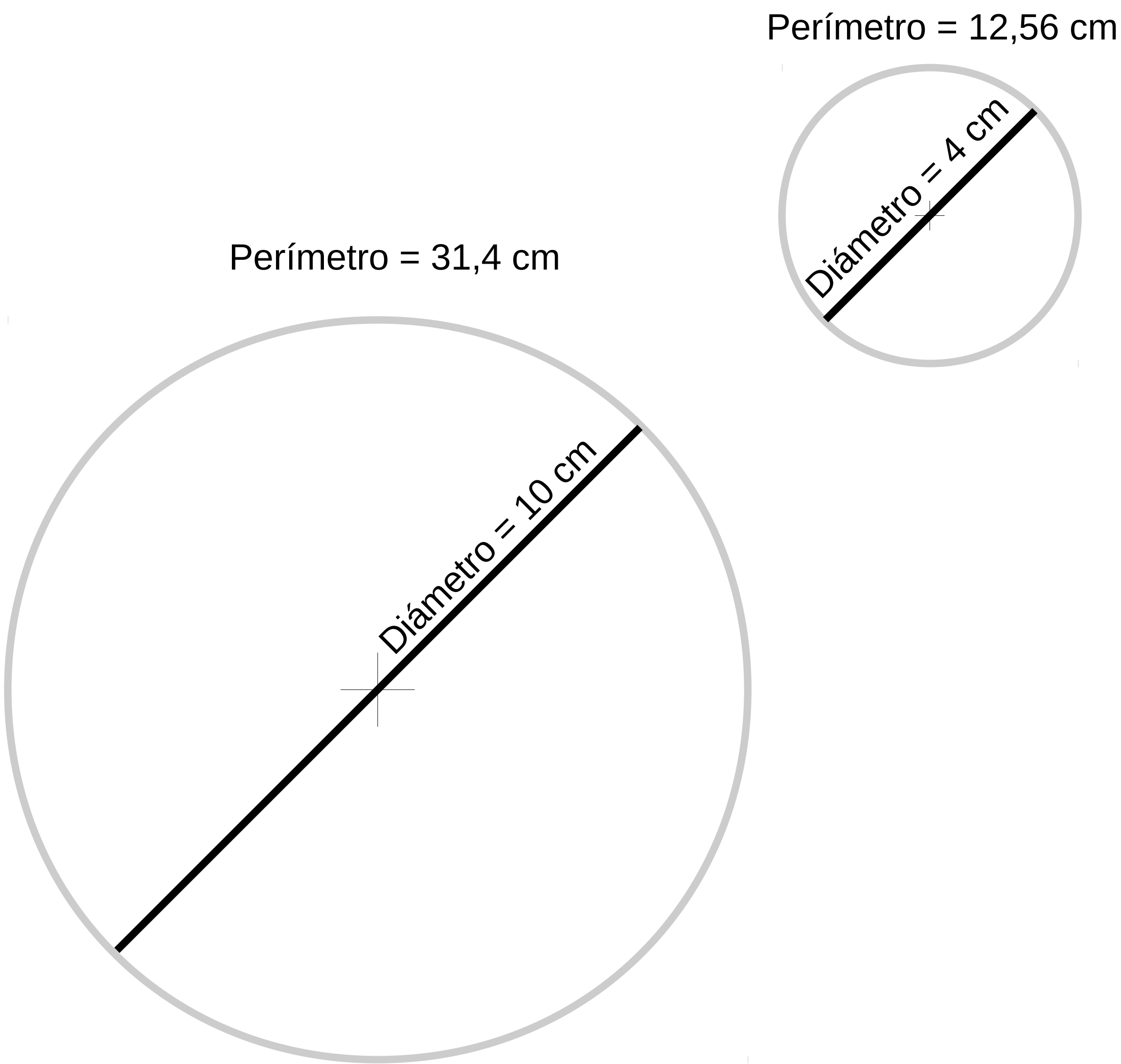
Para adquirir conocimientos en cualquier área tecnológica, es imprescindible tener unas nociones matemáticas mínimas. Además, aunque a primera vista parezca imposible, las matemáticas pueden resultar interesantes.

1 Proporcionalidad

La proporcionalidad relaciona 2 magnitudes, veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 1-1:

En la figura geométrica de un circulo, el **perímetro** y el **diàmetro** presentan una **relación proporcional**.



Podemos dibujar un circulo de la medida que querramos, si dividimos el perímetro entre el diámetro, el resultado siempre es el mismo: 3,14.

Este número lo llamamos PI y también se puede llamarlo razón o factor de proporcionalidad entre perímetro y diámetro.

La razón es invariable y relaciona el perímetro con el diàmetro de un circulo.

$$\frac{Perímetro}{Diámetro} = 3{,}14$$

En el ejemplo, la **proporcionalidad** relaciona **perímetro** y **diámetro,** a razón de 3,14.

Ejemplo 1-2:

Cuando vamos de compras, los precios de los productos están indicados como factores de proporcionalidad.

El precio de las patatas está marcado con 0,8 $\frac{€}{kg}$.

Eso significa que si dividimos el precio de las patatas que hemos comprado, por ejemplo 3 €, entre su peso 3,75 kg, el resultado siempre serà el mismo, 0,8 $\frac{€}{kg}$.

$$\frac{Precio}{Peso} = 0{,}8 \ \frac{€}{kg}$$

En este ejemplo la **proporcionalidad** relaciona **precio** y **peso** de un producto.

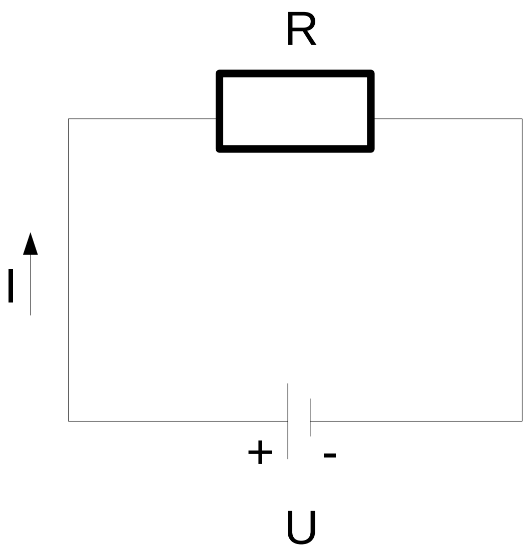
En el ejemplo, el factor de proporcionalitat és 0,8 $\frac{€}{kg}$.

También se puede decir que las patatas cuestan a razón de 0,8 euros por quilo.

Ejemplo 1-3:

El valor R de una resistencia eléctrica, es un factor de proporcionalitat entre la tensión U y la corriente I.

$R = \frac{U}{I}$



Si en este circuito augmentamos o reducimos la tensión, la corriente aumentará o disminuirá de forma proporcional.

En este ejemplo la **proporcionalidad** relaciona **tensión U** y **corrent I** en una resistencia eléctrica.

Los ejemplos anteriores muestran una **proporcionalidad directa**. Al aumentar el perímertro aumenta el diámetro, al aumentar el peso del producto que compramos, aumenta el precio, al aumentar la tensión, aumenta la corriente eléctrica.

Razón entre dos números

Una **razón** entre dos números a y b es el cociente entre a y b.

Proporción numérica

Una proporción numérica es una igualdad entre dos razones numéricas.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ | · b multiplicamos ambos lados por b, manteniendo la igualdad

$(\frac{a}{b})\cdot b=(\frac{c}{d})\cdot b \rightarrow a=(\frac{c}{d})\cdot b$ | ·d ambos lados, manteniendo la igualdad

$a\cdot d=(\frac{c}{d})\cdot b\cdot d \rightarrow a\cdot d=b\cdot c$

En cualquier proporción el producto de los extremos (a, d) es igual al producto de los medios (b, c).

Ejemplo 1-4

En mi clase hay 18 chicas y 12 chicos.

¿Cuál es la razón entre chicas y chicos?¿Y entre chicos y chicas?

Razón entre chicas y chicos

$$\frac{\text{chicas}}{\text{chicos}} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

- Por cada 3 chicas hay 2 chicos.
- El número de chicas es 1,5 veces el número de chicos.

Razón entre chicas y chicos

$$\frac{\text{chicos}}{\text{chicas}} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} = 0{,}67$$

- Por cada 2 chicos hay 3 chicas.
- El número de chicos es 0,67 veces el número de chicas.

Ejercicio 1-1

El equipo A ha marcado 68 puntos, el contrario B 44.

¿Cual es la razón entre los puntos de A y B?

Ejercicio 1-2

Cantidad de lluvia registrada en dos ciudades A y B, en un año completo y en un mes. Comparar las razones del agua de enero y de todo el año.

	Todo el año	Enero
A	1200	150
B	480	80

Ejercicio 1-3

En la ciudad A, en enero llovió una cantidad de 80 l y a lo largo de todo el año fueron 480 l. En la ciudad B en enero cayeron 150 l. Si la lluvia a lo largo del año fue proporcional entre las ciudades A y B, ¿cuantos litros llovieron en la ciudad B al año?

Ejercicio 1-4

Completa la tabla, calculando los perímetros de los circulos correspondientes a los diámetros.

Utiliza el programa Calc para crear un gráfico donde el eje horitzontal represente los diàmetros y el eje vertical los perímetros.

Dibuja un gràfico donde el eje horitzontal represente los diàmetros y el eje vertical los perímetros.

La escala del eje horitzontal será de 1 $\frac{cm}{cm}$, la del eje vertical de 3 $\frac{cm}{cm}$.

Diámetro en cm	2	4	6	8	10
Perímetro en cm					

Ejercicio 1-5

Completa la tabla, calculando el precio del conductor eléctrico MANGUERA ELECTRICA 3X1.5 RV-K0.6/1KV en función de su longitud, si el precio del metro es de 0,57 €.

Utiliza el programa Calc para crear un gráfico donde el eje horitzontal represente los metros y el eje vertical el importe.

Dibuja un gráfico donde el eje horitzontal represente los metros y el eje vertical el importe.

La escala del eje horitzontal será de 10 $\frac{m}{cm}$, la del eje vertical de 5,7 $\frac{€}{cm}$.

Longitud en m	20	40	60	80	100
Importe en €					

Ejercicio 1-6

Completa la tabla, calculando la corriente eléctrica **I** en función de la tensió **U,** si la resisténcia del circuit es de 13 Ω.

Utiliza el programa Calc para crear un gráfico donde el eje horitzontal represente la tensión y el eje vertical la corriente.

Dibuja un gráfico donde el eje horitzontal represente la tensión y el eje vertical la corriente.

La escala del eje horitzontal ha de ser de 10 $\frac{V}{cm}$, la del eje vertical de 1,3 $\frac{A}{cm}$.

Tensión U en V	20	40	60	80	100
Corriente I en A					

Ejercicio 1-7

Completa la tabla, calculando el tiempo **t** en función de la velocidad **v** necessaria para recorrer una distància de 20 km.

Utiliza el programa Calc para crear un gráfico donde el eje horitzontal represente la velocidad y el eje vertical el tiempo.

Dibuja un gráfico donde el eje horitzontal represente la velocidad y el eje vertical el tiempo.

La escala del eje horitzontal ha de ser de 10 $\frac{\frac{km}{h}}{cm}$, la del eje vertical de 0,1 $\frac{h}{cm}$.

Velocidad **v** en $\frac{km}{h}$	20	40	60	80	100
Tiempo **t** en **h**					

Ejercicio 1-8

En la siguiente tabla se relacionan litros de aceite y númeroe de garrafas.

Litros	15	25
Garrafas	3	5

Expresa la relación como proporción.

Indica el factor de proporcionalidad

Calcula el número de litros de aceite en 10 garrafas.

Indica cuántas garrafas se necessitan para almacenar 125 l de aceite.

Ejercicio 1-9

Un quilo de castañas vale 0,6 €. Haz una tabla que relacione el peso en kg con el precio en euros.

Haz una representación gràfica de la tabla.

Ejercicio 1-10

Comprueba si las siguientes igualdades son correctas.

a) $\frac{12}{3} = \frac{16}{4}$ b) $\frac{14}{5} = \frac{56}{20}$ c) $\frac{14}{5} = \frac{21}{10}$

Ejercicio 1-11

Son proporcionales las siguientes igualdades?

a) $\frac{3}{2} = \frac{8}{7}$ b) $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$

Ejercicio 1-12

Para la función y = 4x:

a) Establece la tabla de valores para x = -3, -2, 2 i 4

b) Indica el factor de proporcionalidad.

Ejercicio 1-13

¿Si 120 libros del mismo precio valen 2400 €, cuanto valen 240 libros del mismo precio?

1.1 Resolución de proporciones numéricas con una incognita

Si una proporción numérica contiene una incógnita, es decir, un número desconocido, este se puede calcular.

Ejemplo 1.1-1

$\frac{1}{2}=\frac{x}{4}$ Para que se cumpla la igualdad, la incógnita ***x*** debe ser igual a 2.

El primer ejemplo se resuelve fácilmente sin necesidad de aislar la incógnita, pero en el caso de que los números sean diferentes, puede resultar conveniente aislar ***x***.

Ejemplo 1.1-2

$$\frac{371}{88}=\frac{x}{25}$$

En este segundo ejemplo conviene resolver la igualdad hacia ***x*** para calcular su valor. Para ello, debemos recordar que una igualdad se puede transformar aplicando las operaciones de suma, resta, multiplicación o división a ambos lados de forma idéntica.

En este caso, para aislar x, multiplicaremos ambos lados por el denominador 25.

$$(\frac{371}{88})\cdot 25=(\frac{x}{25})\cdot 25\rightarrow(\frac{371}{88})\cdot 25=x$$

$$x=(\frac{371}{88})\cdot 25=105,4$$

Ejemplo 1.1-3

$$\frac{234}{99}=\frac{25}{x}$$

En este caso, para aislar ***x***, primero la cambiaremos de posición, pasándola del denominador al numerador. Para ello multipicamos ambos lados de la igualdad por ***x***.

$$\frac{234}{99}=\frac{25}{x} \quad | \cdot \boldsymbol{x}$$

$$\left(\frac{234}{99}\right)\cdot x=\left(\frac{25}{x}\right)\cdot x \rightarrow \left(\frac{234}{99}\right)\cdot x=25$$

Teniendo ***x*** en el numerador, la aislamos multiplicando ambos lados de la igualdad con la inversa de $\frac{234}{99}$, es decir, $\frac{99}{234}$, ja que una fracción multipilacada por su inversa da 1 $\rightarrow \left(\frac{234}{99}\right)\cdot\left(\frac{99}{234}=1\right)$

$$\left(\frac{234}{99}\right)\cdot x=25 \quad | \cdot \quad \frac{99}{234}$$

$$\left(\frac{234}{99}\right)\cdot x\cdot\left(\frac{99}{234}\right)=25\cdot\left(\frac{99}{234}\right)$$

$$x=25\cdot\left(\frac{99}{234}\right)=10{,}6$$

Ejercicio 1.1-1

Haciendo un viaje en moto, observamos que el consumo es de 8,5 litros cada 100 km.

¿Cuánto consumirá en un trajecto de 250 km?

Ejercicio 1.1-2

Una impresora imprime 8 páginas por minuto.

¿Cuánto tardará en imprimir 400 páginas?

Ejercicio 1.1-3

Un payés tiene 90 paquetes de hierba para alimentar las vacas durante 40 días.

Si sólo tuviera 50 paquetes, ¿cuántos días podría alimentar las vacas?

Ejercicio 1.1-4

Un autobús circulando a 60 km/hora tarda 5 horas en hacer el trajecto.

¿Cuánto tiempo tardará si circula a 50 km/h?

Ejercicio 1.1-5

Tres cuadernos valen 6,75 €.

¿Cuantos cuadernos se pueden comprar con 40,5 €?

Ejercicio 1.1-6

Para confeccionar 4 pantalones sa necessitan 3,5 m^2 de tela.

¿Cuántos pantalones se pueden confeccionar con 12,25 m^2 ?

Ejercicio 1.1-7

Un payés compra 25 ovelles, pagando 1500 €. ¿Cuanto le costarán 60 ovejas?

Ejercicio 1.1-8

Un trabjador gana 500 € en 5 días. ¿Cuántos días deberá trabajar para ganar 2000 €?

Ejercicio 1.1-9

Un ciclista tarda 6 h en recorrer la distancia entre dos poblaciones a una velocidad media de 15 km/h.

¿Cuánto tardará en recorrer el mismo camino a 12 km/h?

Ejercicio 1.1-10

Dos grifos llenan una piscina en 10 h.

¿Cuánto tardarán en llenar la piscina 5 grifoscon el mismo caudal de agua?

Ejercicio 1.1-11

Al realizar una compra por valor de 18 000 € se hace un descuento de 1 500 €.

¿Cuál serà el descuento si se mantienen las condiciones y la compra es de 15 000 €?

Ejercicio 1.1-12

Cuatro grifos llenan en 12 horas 2 depósitos de 60 m^3 cadas uno.

¿Cuánto tardarán 6 grifos iguales en llenar 3 depósitos de 80 m^3 cada uno?

1.2 Porcentages

El porcentage es una fracción en la que el denominador es 100.
Cuando hablamos de un porcentage estamos partiendo un cantidad total en 100 partes.
Ejemplos:

Este año los precios han subido un 3 % = $\frac{3}{100}$ respecto a los del año pasado.

Esto sinifica que si el año pasado un acosa costaba 100 €, este cuesta

100 € + 100 € $\frac{3}{100}$ = 100 € + 3 € = 103 €

Otro precio que el año pasado era de 175 € pasa a

175 € + 175 € $\frac{3}{100}$ = 175 € + 5,25 € = 180,25 €

Para transformar una fracción en un porcentage, se multiplica el numerador con 100 y se calcula el número decimal resultante.

Ejemplos

$\frac{1}{3}$ a % → $\frac{1}{3}\cdot 100=\frac{100}{3}$ = $33,\overline{3}\%$

$\frac{3}{4}$ a % → $\frac{3}{4}\cdot 100=\frac{300}{4}$ = 75 %

Ejercicio 1.2-1

En una tienda hacen dos rebajas, una primera del 25% y otra posterior del 30%. En la factura el precio final se calcula añadiendo un 25% de IVA. ¿Cuánto se pagará por un artículo etiquetado con un precio de 25 €?

Ejercicio 1.2-2

Al comprar un producto valorado en 7830,00 € nos han hecho un descuento de 626,4 €. Calcula el descuento en % aplicado.

Ejercicio 1.2-3

En un curso de la ESO hay 15 alumnos que pertenecen a un grupo de diversificación y 7 alumnos que forman un grupo ordinario. Considerando el número total de alumnos, calcula el porcentaje que representa el grupo ordinario y el de diversificació.

Ejercicio 1.2-4

Calcula el 26% de 11 700 €.

Ejercicio 1.2-5

Se deposita un capital de 150 000 € en un banco a un interés anual del 3 %. Calcula el importe pasado un año, dos años y 5 años, si no se retira dinero de la cuenta.

Ejercicio 1.2-6

Haya ***x*** en les seguientes igualdades.

a) $\frac{x}{4}=\frac{10}{8}$ b) $\frac{6}{12}=\frac{10}{x}$

Fuente:

F.P.B. Ciencias Aplicadas 1 - Editorial Donostiarra

Autores Ángel Almaraz Martín

Mª Inmaculada Puebla Prada

Manuel Jesús Malho Martín

Paloma Prieto Merino

Margarita Montes Aguilera