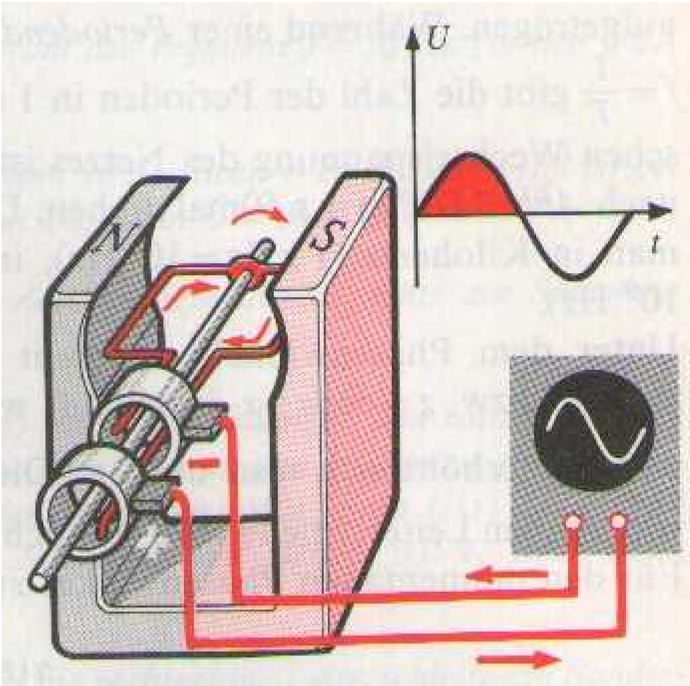
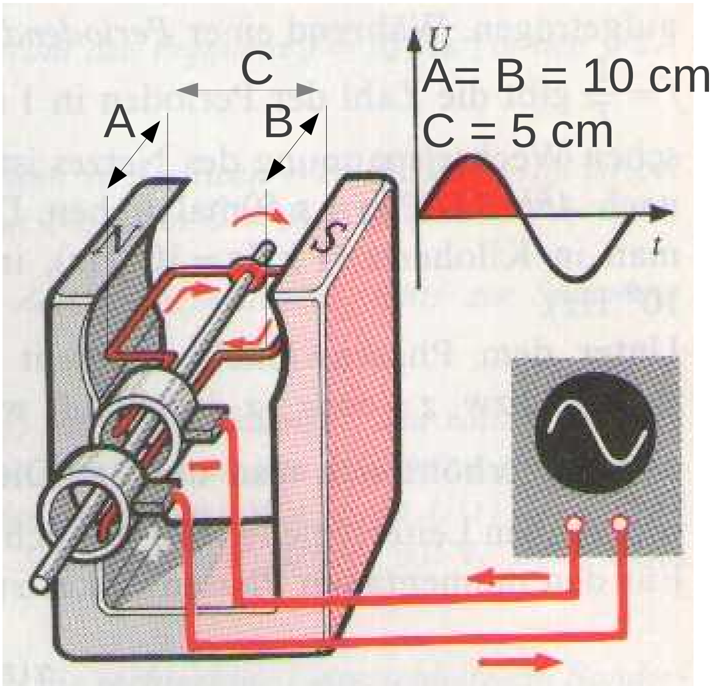
4 Generació d'energia elèctrica i sistema trifàsic

Per entendre el funcionament del sistema trifàsic, observem com funciona en principi un generador d'energia elèctrica.

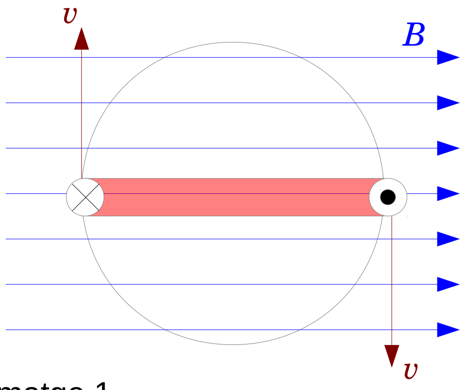
El generador més senzill és una espira de conductor de coure que gira dintre d'un camp magnètic.



Sabem que en un conductor que es mou dintre d'un camp magnètic es indueix un corrent. En el cas de l'espira de la imatge el corrent es indueix en els trams A i B de l'espira.

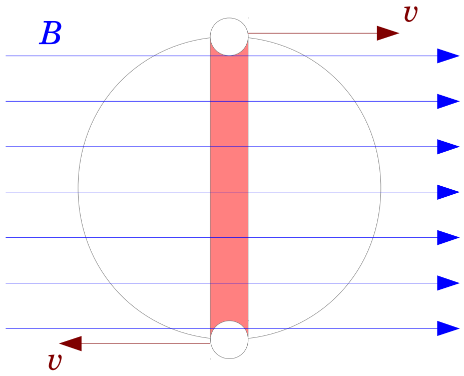


Quan l'espira es proba en posició horitzontal el moviment (la velocitat v) és perpendicular a la inducció B. En aquest cas la regla dels 3 dits de la mà dreta (pàg. 42) ens indica la direcció del corrent induït.



Imatge 1

Quan l'espira es troba en posició vertical, la direcció del moviment i la inducció coincideixen. En aquest cas no s'indueix corrent en l'espira.



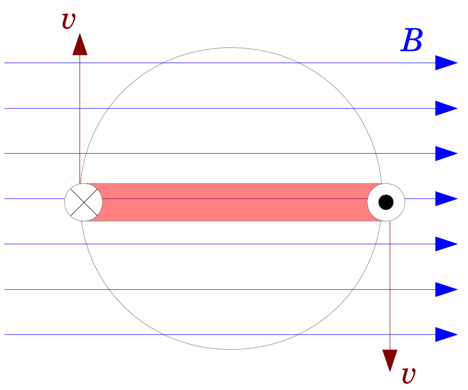
Imatge 2

4.1 La velocitat de gir d'una espira, representada com a vector

Quan representem la velocitat com a una fletxa, que té una direcció i una llargària, l'estem representant en forma de vector.

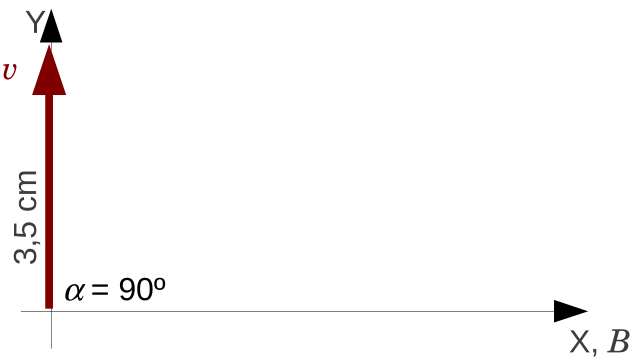
Com, en el nostre exemple, la direcció i el valor de la inducció són fixos, prenem la inducció $\boldsymbol{B}$ com a referencia i la feim coincidir amb l'eix **X** del sistema de coordinades.

Observant la imatge, podem representar la velocitat i la inducció en un sistema de coordinades.



L'angle $\boldsymbol{\alpha}$ de la velocitat respecte la inducció és de 90º.

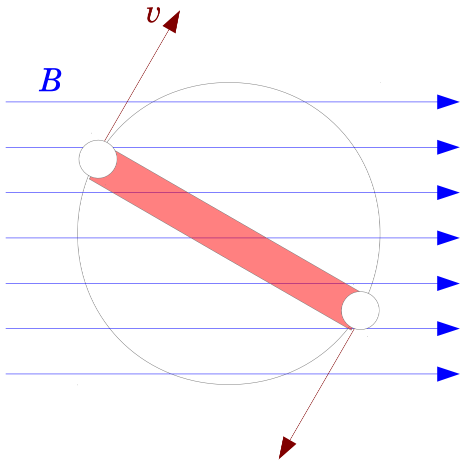
Suposem que la velocitat $\boldsymbol{v}$ sigui de 1 cm/s. Per representar-la en un sistema de coordenades haurem de triar una llargària de línia, per exemple 3,5 cm.



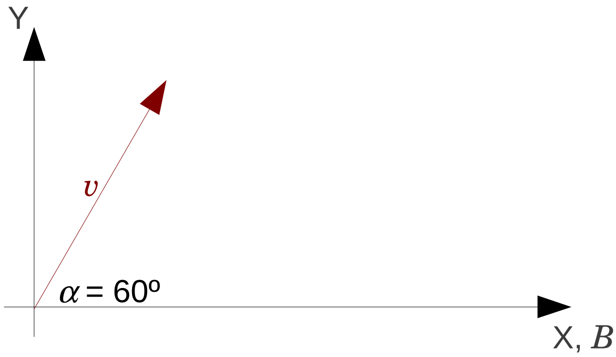
La llargària de 3,5 cm, que equival a una velocitat de 1 cm/s, s'anomena **mòdul del vector**. En el nostre exemple el mòdul de la velocitat és de 1 cm/s i en la representació gràfica de 3,5 cm.

La velocitat $\boldsymbol{v}$ indica en direcció vertical, això vol dir, que en aquest moment la espira està pujant, sense fer cap moviment en direcció horitzontal.

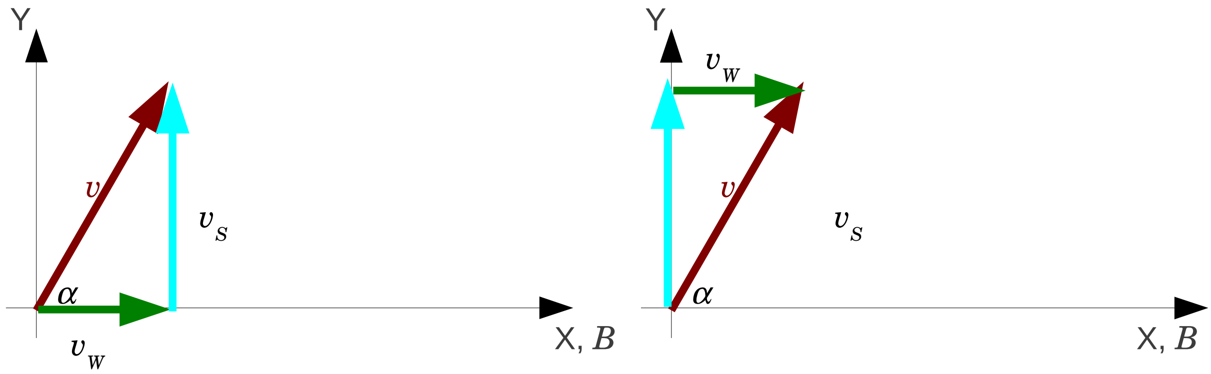
Ara deixem passar uns instants de forma que l'espira avança en el seu moviment giratori.



L'angle **α** entre velocitat i inducció ha passat de 90º a 60º, el mòdul de la velocitat no ha canviat.



En aquest cas el moviment té dues components, una vertical cap amunt v_S i l'altra horitzontal cap a la dreta v_W.



Podem dir que la velocitat v és la resultant de la suma dels vectors v_W i v_S.

Un vector té un principi, extrem sense fletxa, i un final, extrem amb fletxa.
Dos vectors es sumen unint el final d'un vector amb el principi de l'altre vector, en el cas de la imatge, unint la punta de v_W amb l'extrem sense fletxa de v_S, o viceversa.

En l'exemple al mòdul de 1 cm/s correspon una llargària de fletxa de 3,5 cm. Amb aquestes dades coneixem l'escala a la que dibuixem que en aquest cas és de

escala:

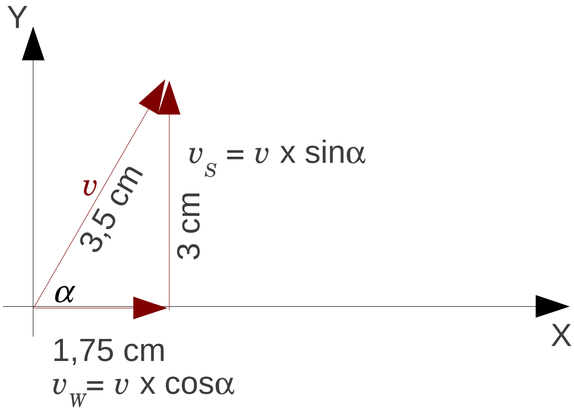
$$\frac{1\frac{cm}{s}}{3{,}5\,cm}$$

De la **mesura de la llargària** de v_S obtenim 3 cm

Per conèixer el valor de v_S calculem $3\,cm\times\frac{1\frac{cm}{s}}{3{,}5\,cm}=0{,}86\frac{cm}{s}=v_S$

De la **mesura de la llargària** de v_W obtenim 1,75 cm

Per conèixer el valor de v_W calculem $1{,}75\,cm\times\frac{1\frac{cm}{s}}{3{,}5\,cm}=0{,}5\frac{cm}{s}=v_W$



El valor de v_S i v_W es pot calcular

$$v_S=1\frac{cm}{s}\times\sin(60^o)=0{,}866\frac{cm}{s}$$

$$v_W=1\frac{cm}{s}\times\cos(60^o)=0{,}5\frac{cm}{s}$$

Exercici 4.1.1

Dibuixa el vector de velocitat en un sistema de coordinades.

Al mòdul que és de 1 cm/s correspon una llargària de 5 cm .

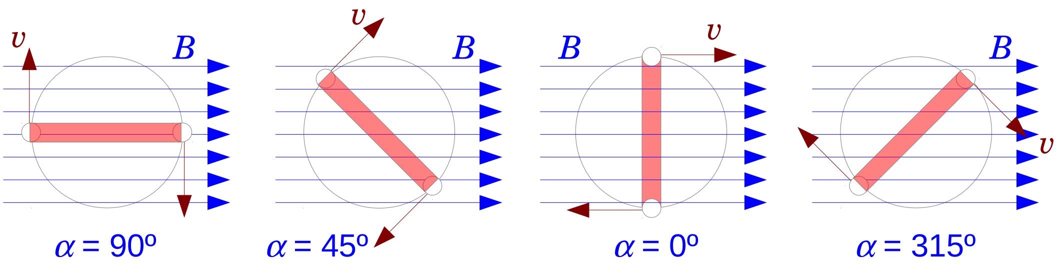
L'angle entre la inducció B i la velocitat és de 50º.

Troba les components de velocitat vertical i horitzontal de forma gràfica i per càlcul amb sin i cos.

Exercici 4.1.2

Calcula la component vertical v_S de la velocitat v respecte la inducció B en diferents moments del gir de l'espira.
Velocitat constant de l'espira de 1 cm/s.

Temps en s	0	1,3	2,6	3,9	5,2	6,5	7,8	9,1	10,4
Angle	90º	60º	30º	0º	330º	300º	270º	240º	210º
v_S									

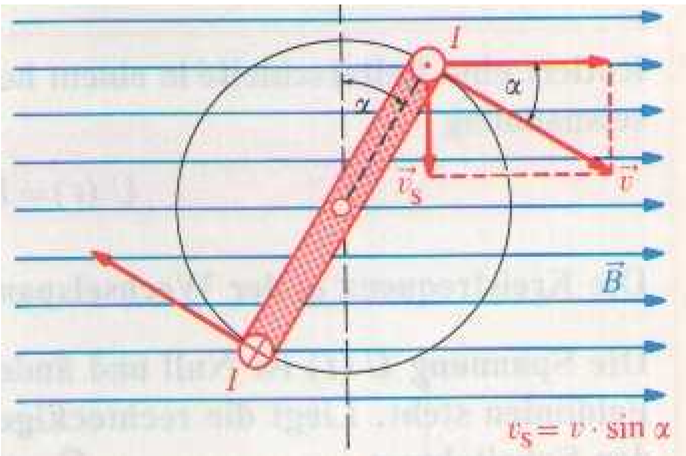


Fes un sistema de coordinades en el que l'eix horitzontal representa el temps (1 s = 1 cm) i el vertical la velocitat v_S (1 cm/s = 5 cm)

Marca en el sistema de coordinades els punts de la taula.

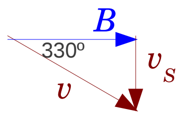
Quan l'espira es troba en una posició intermèdia entre les posicions horitzontal i vertical, la component v_S de velocitat perpendicular a la inducció B es calcula de la següent manera:

$v_S = v$ x sin α

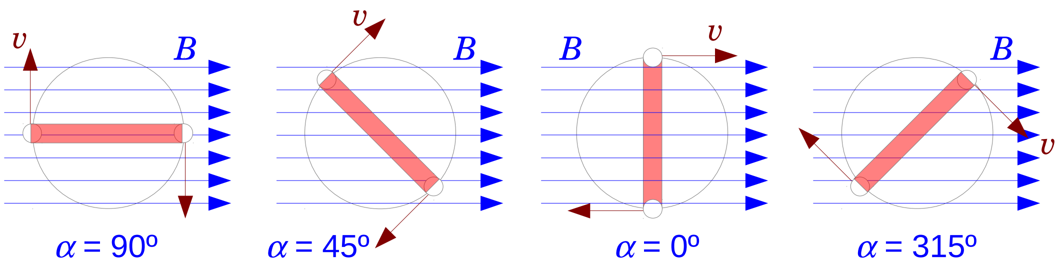


Exemple

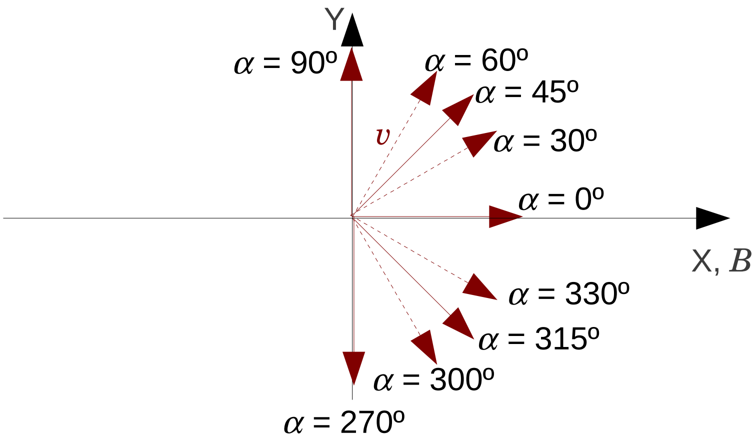
Si l'espira gira amb v = 1 cm/s i l'angle α entre la velocitat v i la inducció B és de 330º, el component de la velocitat en perpendicular a B és:
v_S = 1 cm/s x sin 330º = -0,5 cm/s



En el cas de l'espira que gira dintre del camp magnètic B, el valor de la velocitat amb que es mou el conductor és constant, el que varia contínuament és l'angle α de la velocitat v respecte a la inducció B. La direcció de B coincideix amb l'eix X del sistema de coordinades.



Es pot representar el gir de l'espira amb un vector de velocitat v que gira al voltant de l'origen del sistema de coordinades.



4.2 El període T i la freqüència f del generador

Ara volem saber quant temps tarda l'espira en fer un gir complet (de 360º = 2 π).

Hem de calcular el perímetre del recorregut que fa el conductor.

P = 2 π r = 2 π 0,025 m = 0,157 m = 15,7 cm

El temps que triga en recorrer aquesta distància el conductor és

t = P/v = 15,7 cm / 1 cm/s = 15,7 s

En 15,7 s el conductor ha fet una volta sencera i torna a començar la volta següent. Aquest temps s'anomena període $\boldsymbol{T}$ i serveix per calcular la freqüència $\boldsymbol{f}$ amb la que gira el conductor. La freqüència es mesura en hertz Hz.

f = 1 / T

f = 1 / 15,7 s = 0,06 Hz

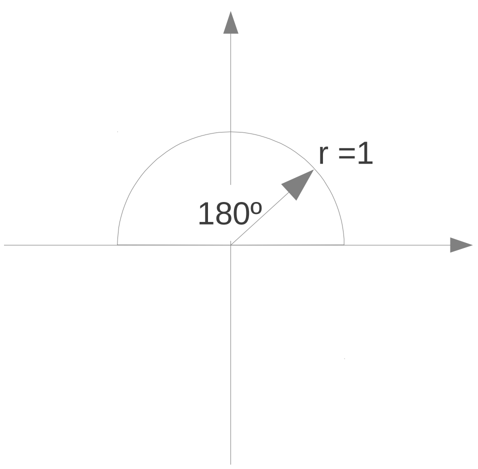
4.3 El radian, unitat de mesura de l'angle

La unitat SI per mesurar l'angle és el radian.

El radian és simplement la fracció del perímetre d'un cercle amb radi r = 1 , corresponent a l'angle en graus.

Exemple:

Expressa l'angle 180º d'un cercle en radians.

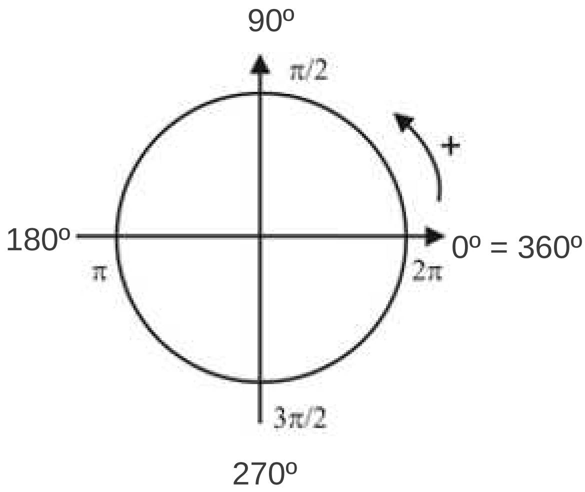


P = 2πr
180º -> P/2
180º -> π x 1
180º = π

Per passar de radians a graus

$$angle\ en\ graus = radians \times \frac{360^o}{2pi} = radians\ x\ 57,3^o$$

Prova: 2 π x 57,3º = 360º



Velocitat angular ω

La velocitat angular ω està definida com el angle del gir complet, 2π dividit entre el temps necessari pel gir, que és el període T.

$\omega = 2\pi / T$

Sabem que la freqüència $f = \frac{1}{T}$

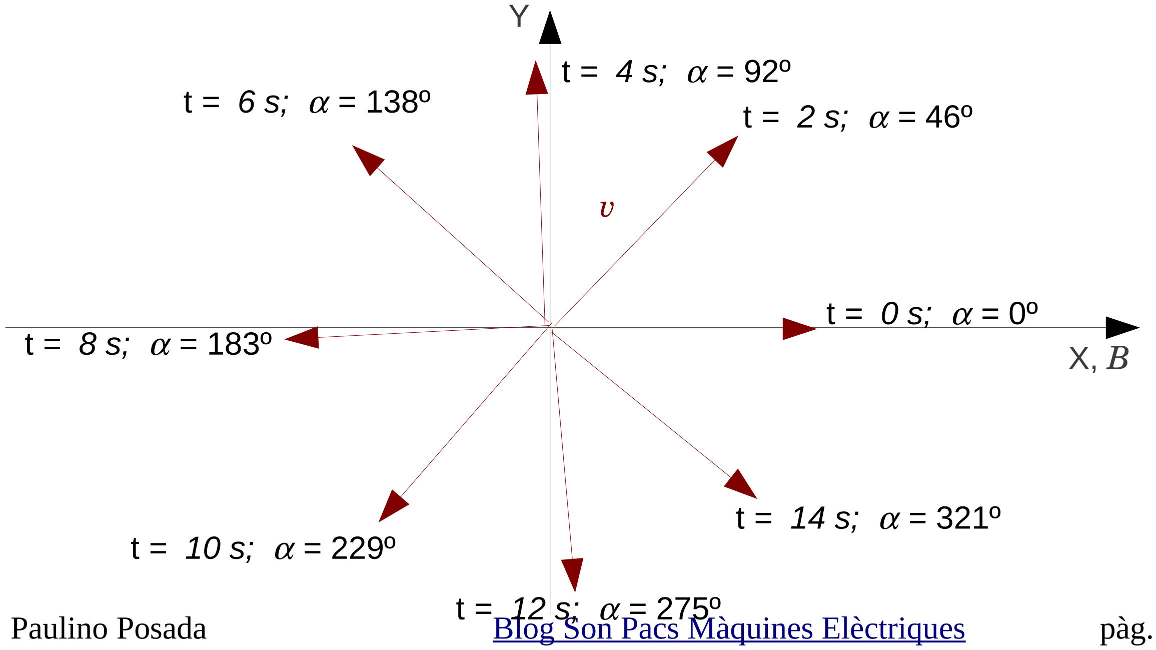
-> $\omega = 2\pi f$

En el nostre cas

$\omega = 2\pi / 15{,}7\ s = 0{,}4\ s^{-1}$

Ara podem fer una tabla en la qual associem a diferents moments l'angle de la espira.

Temps t en s	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Angle α en radians	0	0,8	1,6	2,4	3,2	4	4,8	5,6	6,4
Angle en graus	0º	46º	92º	138º	183º	229º	275º	321º	367
$v_S = v \times \sin\alpha$									



Exercici 4.3.1

Un mòdul fotovoltaic de 1 m d'alçada i 0,5 m de amplada gira al voltant d'un eix segons indica la imatge.

La velocitat v en el punt indicat en la imatge és de $0{,}5 \frac{m}{s}$.

Els mòduls fotovoltaics generen un corrent proporcional a la radiació que incideix damunt la superfície del panell.

I ~ radiació x S

I: Corrent generat per la radiació damunt el mòdul
S: Superfície del mòdul

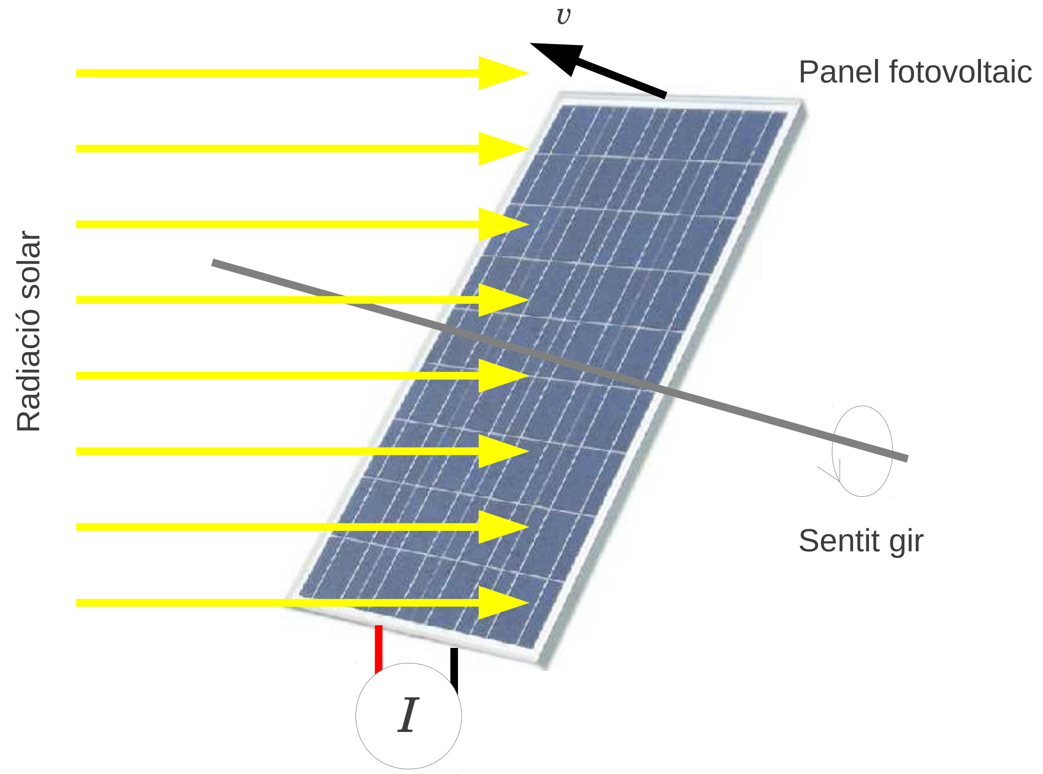
La radiació és constant en intensitat i en direcció.

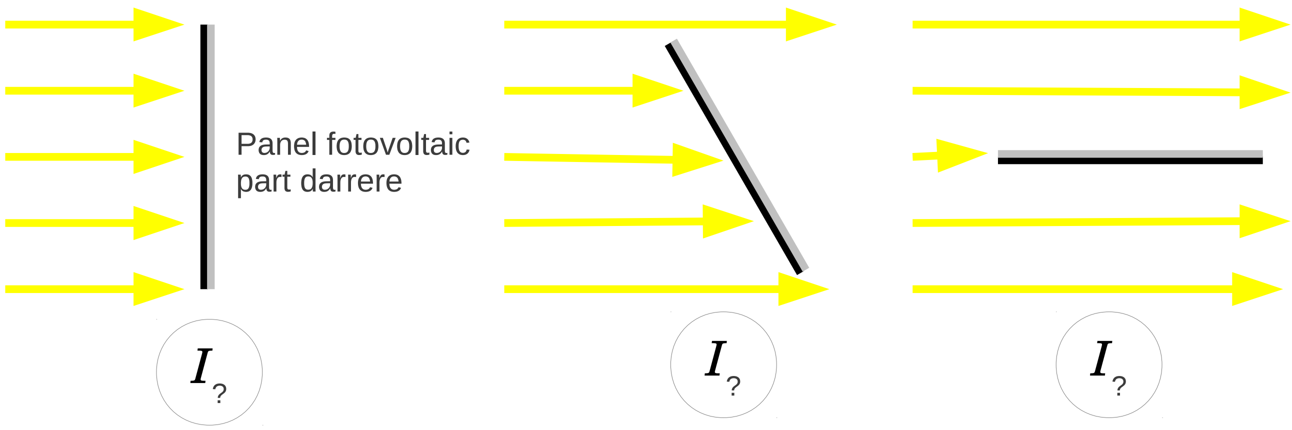
El corrent màxim generat pel mòdul és de 8 A.

1. Quin és el temps necessari per que el mòdul faci un gir complet?
2. Com s'anomena aquest temps?
3. Amb quina freqüència f gira el mòdul?
4. Quina és la velocitat angular ω?
5. Completa en la taula el angle en radians i graus en funció del temps.

Temps en s	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
angle en radians													
angle en graus													

6. En quina posició el corrent I mesurat és màxim i en quina mínim? Fes un dibuix esquemàtic de la posició del mòdul en aquestes posicions.
7. Fes una gràfica del corrent I en funció del temps t.


v
Panel fotovoltaic
Radiació solar
Sentit gir
I

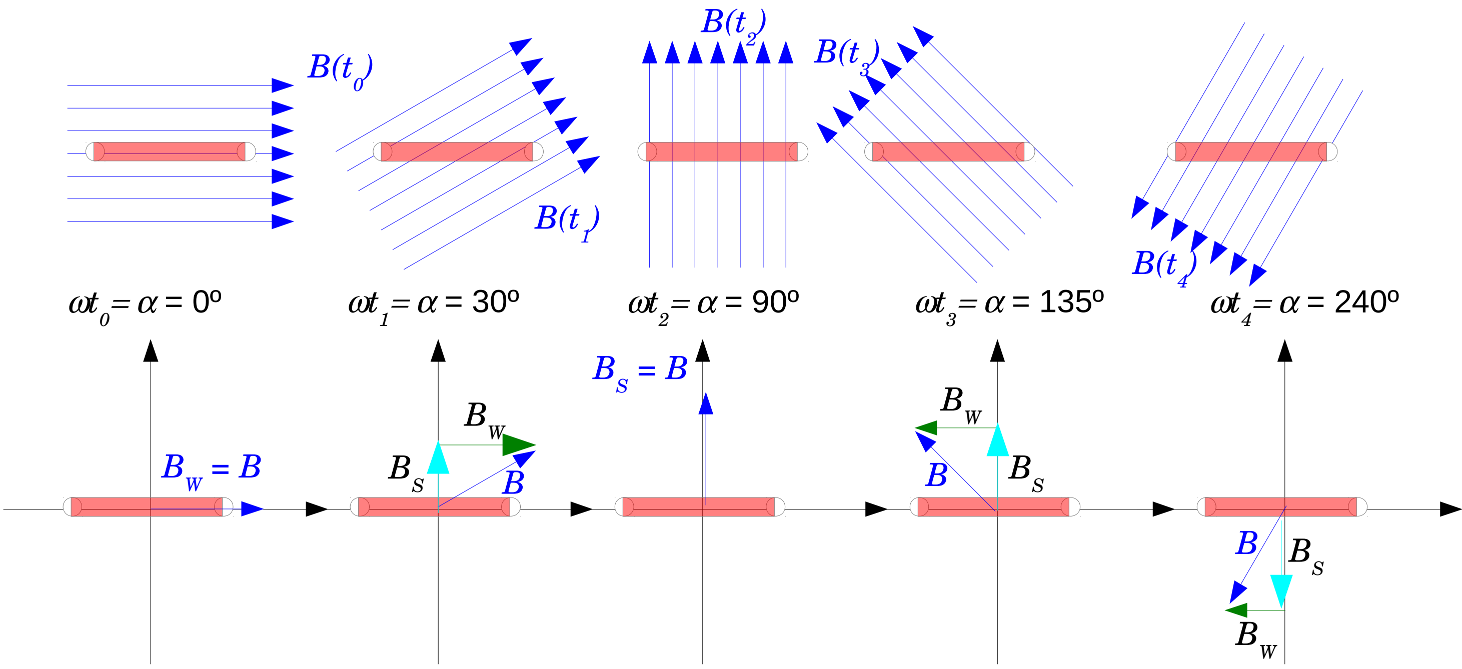

Panel fotovoltaic
part darrere
I?
I?
I?

4.4 Tensió induïda en una espira que gira dintre d'un camp magnètic constant

Tornem al generador del principi de l'apartat 4. Es tracta d'una espira que gira dintre d'un camp magnètic constant. Sabem que en una espira es genera una tensió induïda, si el camp magnètic dintre del qual es troba l'espira varia amb el temps. En aquest cas el camp magnètic, des de el punt de vista de l'espira, varia.

Des de el nostre punt de vista el camp magnètic que produeix l'imant no es mou i l'espira gira. Si fóssim molt petits i estiguéssim asseguts damunt l'espira, ens semblaria que l'espira està fixa i que és el camp magnètic el que es mou al voltant de l'espira. Es el mateix efecte que el moviment del sol al voltant de la terra. Com estem damunt la terra ens sembla que és el sol el que es mou encara que si observéssim sol i terra des de una nau espacial fixa respecte al sol, diríem que es la terra la que gira al voltant del sol.

La inducció B gira al voltant de l'espira amb la velocitat angular constant ω.



El component de a inducció que indueix tensió és el vertical respecte a l'espira $\boldsymbol{B_S}$

$B_S = B$ x $\sin(\omega t)$

De l'apartat 2.2.4.6 sabem com es calcula el flux magnètic Φ

$\Phi = A \times B_S$

B_S: inducció perpendicular a la superfície de l'espira en N/Am
A: superfície de l'espira en m^2
Φ: flux magnètic en Nm/A = Ws/A = Vs

$\Phi(t) = A \times B(t) = A \times B \times \sin(\omega t)$

Amb el valor de velocitat angular $\omega=0{,}4\frac{1}{s}$ del nostre exemple (veure pàg. 96), la superfície de A de l'espira, calculada amb les dades de la imatge en pàg. 87

A = 10 cm x 5 cm = 50 cm^2 = 0,005 m^2

i un valor suposat de la inducció $B=3\frac{N}{Am}$

es pot calcular el flux magnètic $\Phi(t)$

$$\Phi(t)=A\times B(t)$$

$$\Phi(t)=0{,}005\,m^2\times 3\frac{N}{Am}\times\sin(\omega t)$$

$$\Phi(t)=0{,}015\,Vs\times\sin(0{,}4\frac{1}{s}\times t)$$

Exercici 4.4.1

1. Omple la taula calculant els angles i el flux magnètic $\Phi(t)$.

t *en* s	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
ωt *en* rad													
α *en* ^{o}													
$\Phi(t)$ en Vs x 10^{-2}													

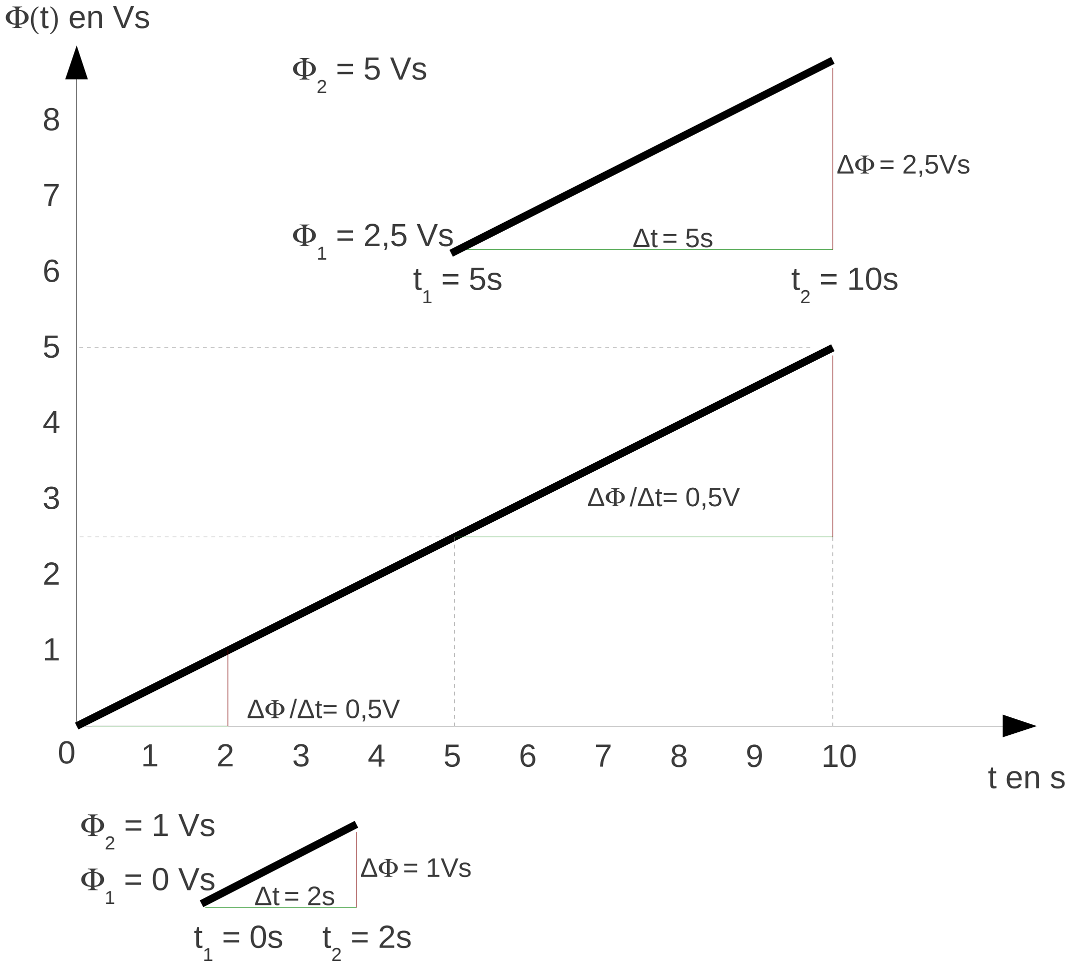
2. Dibuixa un gràfic de $\Phi(t)$ amb l'escala 1 cm = 1,5 s a l'eix horitzontal i amb l'escala de 9 cm = 0,015 Vs a l'eix vertical.

4.4.1 El pendent d'una corba

En l'apartat 2.2.4.7 es va mostrar que la tensió induïda és

$$U_{ind}=n\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}=n\times\frac{\Delta\Phi(t)}{\Delta t}$$

La primera part d'aquesta equació $U_{ind}=n\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}$ és útil quan la relació entre el flux ***Φ*** i el temps ***t*** és proporcional (lineal), perquè independentment de la grandària del interval Δ***t*** **=** $(t_2 - t_1)$, la relació $\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}$ és constant.

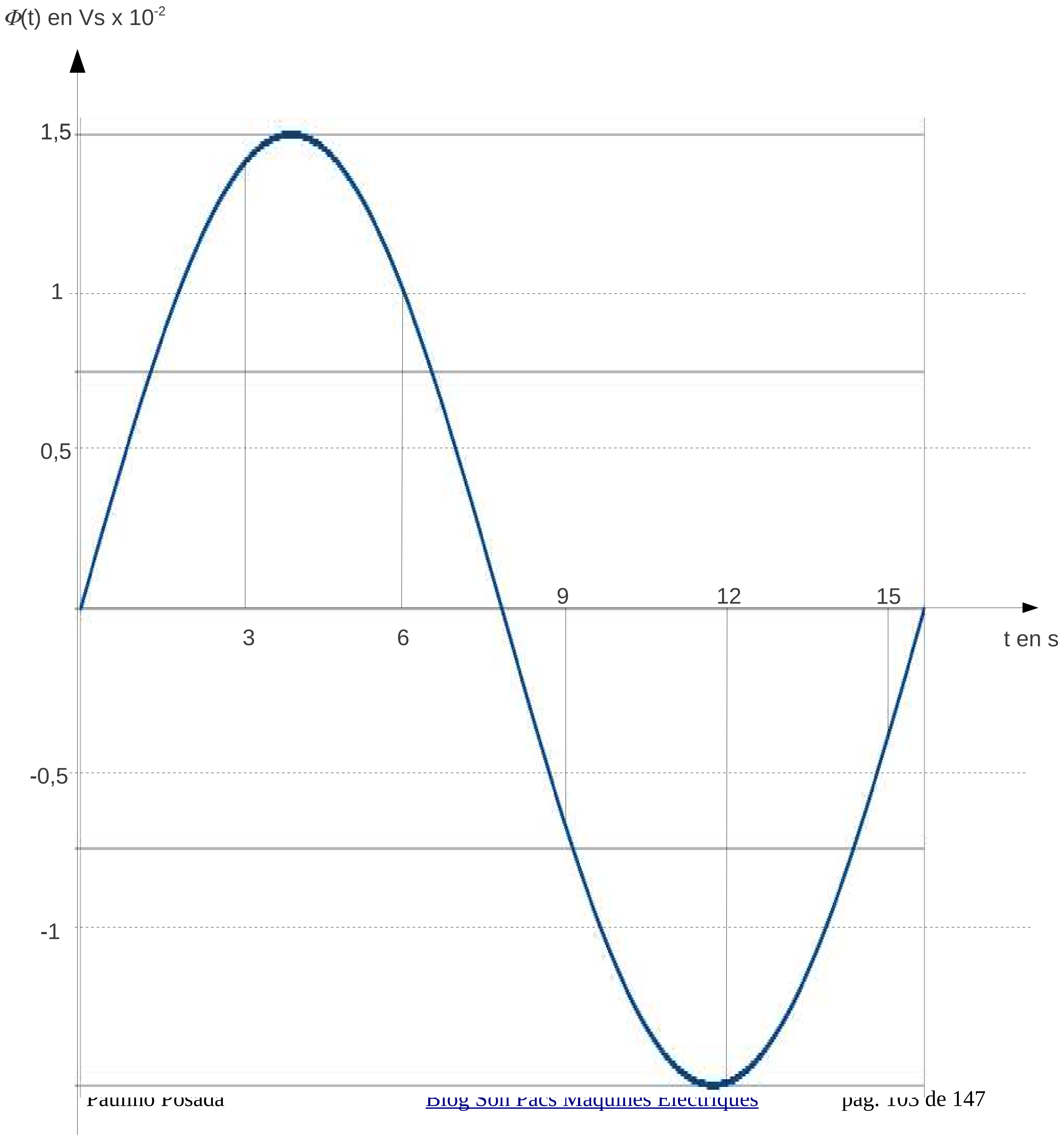


La relació $\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ s'anomena el pendent de la corba Φ(t), perquè indica quant puja la corba.

En el nostre cas la relació entre flux i temps és $\Phi(t) = A \times B(t) = A \times B \times \sin(\omega t)$ i el pendent no és constant sinó que varia amb el temps.

Exercici 4.4.1.1

Observem ara el pendent de $\Phi(t)$



1. **1.** Dibuixa els triangles de pendent en els temps t_1 = 0s, t_2 = 3s, t_3 = 3,8s, t_4 = 6s, t_5 = 9s, t_6 = 12s, t_7 = 15s

2. **2.** Fes una taula en la que relaciones la tensió induïda U_{ind} amb el temps t.

4.4.2 Calcul de la tensió induïda en l'espira

Matemàticament es pot demostrar que el pendent de una corba sinusoide de flux tipus

$\Phi(t) = A \times B(t) = A \times B \times \sin(\omega t)$,

és $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = A \times B \times \omega \times \cos(\omega t)$

En el exemple de pàg. 100 teníem

$$\Phi(t) = 0{,}015\,Vs \times \sin(0{,}4\frac{1}{s} \times t)$$

així la tensió induïda és

$$U_{ind} = n \times \frac{\Delta\Phi(t)}{\Delta t} = 0{,}015\,Vs \times 0{,}4\frac{1}{s} \times \cos(0{,}4\frac{1}{s} \times t)$$

Com el generador només consta d'una espira, $n = 1$.

$$U_{ind} = 0{,}006\,V \times \cos(0{,}4\frac{1}{s} \times t)$$

Exercici 4.4.2.1

Omple la taula i dibuixa el gràfic de la funció $U_{ind}(t)$ amb l'escala 1 cm = 2 s a l'eix horitzontal i amb l'escala de 9 cm = 0,006 V a l'eix vertical.

t en s	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
ωt en rad													
α en ^{o}													
$U(t)$ en V x 10^{-3}													

Exercici 4.4.2.2

En l'exercici 4.4.1.1 hem tret la tensió induïda $\boldsymbol{U}_{ind}$ utilitzant un mètode gràfic, varem dibuixar el pendent de $\boldsymbol{\Phi}$(t) en els temps indicats en la taula.

En l'exercici 4.4.2.1 varem calcular $\boldsymbol{U}_{ind}$ amb la funció

$$U_{ind}=0{,}006\,V\times\cos\left(0{,}4\frac{1}{s}\times t\right)$$

Omple la taula i observa les diferències entre el resultat del mètode gràfic i el càlcul amb la funció.

t en s	0	3	3,8	6	9	12	15
$U(t)$ en V x 10^{-3} calculat							
$U(t)$ en V x 10^{-3} mètode gràfic							

Explica les diferències.

4.4.3 Influència de la velocitat de gir de l'espira en la tensió induïda

Tripliquem ara la velocitat de gir de l'espira dintre del camp magnètic i observem com afecta a la tensió induïda $\boldsymbol{U_{ind}}$.

En l'apartat 4.2 havíem calculat $T_{4.2}$ = 15,7 s (pàg. 94). Si tripliquem la velocitat de gir, el nou període T serà

T = 5,2 s -> $\omega = 1{,}2 \frac{1}{s}$

Com varem veure a la pàg. 100, el flux per l'espira en funció del temps és una funció del tipus

$\Phi(t) = A \ x \ B(t) = A \ x \ B$ x sin(ωt)

seguint l'exemple de la pàg. 100

$A \ x \ B = 0{,}015 \ Vs$

i amb $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ = $A \ x \ B$ x ω x cos(ωt)

-> $U_{ind} = n \times \frac{\Delta \Phi(t)}{\Delta t} = 0{,}015 \, Vs \times 1{,}2 \frac{1}{s} \times \cos\left(1{,}2 \frac{1}{s} \times t\right)$

$$U_{ind} = 0{,}018 \, V \times \cos\left(1{,}2 \frac{1}{s} \times t\right)$$

$$U_{ind} = 18 \, mV \times \cos\left(1{,}2 \frac{1}{s} \times t\right)$$

En la següent taula se ha calculat la tensió induïda en diferents instants al llarg d'un temps ***t*** de 36 s.

$$U_{ind}=18\,mV\times\cos\left(1{,}2\frac{1}{s}\times t\right)$$

t *en* s	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
ωt *en* rad	0	3,6	7,2	10,8	14,4	18	21,6	25,2	28,8	32,4	36	39,6	43,2
α *en* º	0	207º	414º	618º	825º	1032º	1239º	1443º	1350º	1857º	2064º	2268º	2475º
$U(t)$ en mV	18	-16	11	-3	-5	12	-17	18	-16	10	-2	-6	13

Exercici 4.4.3.1

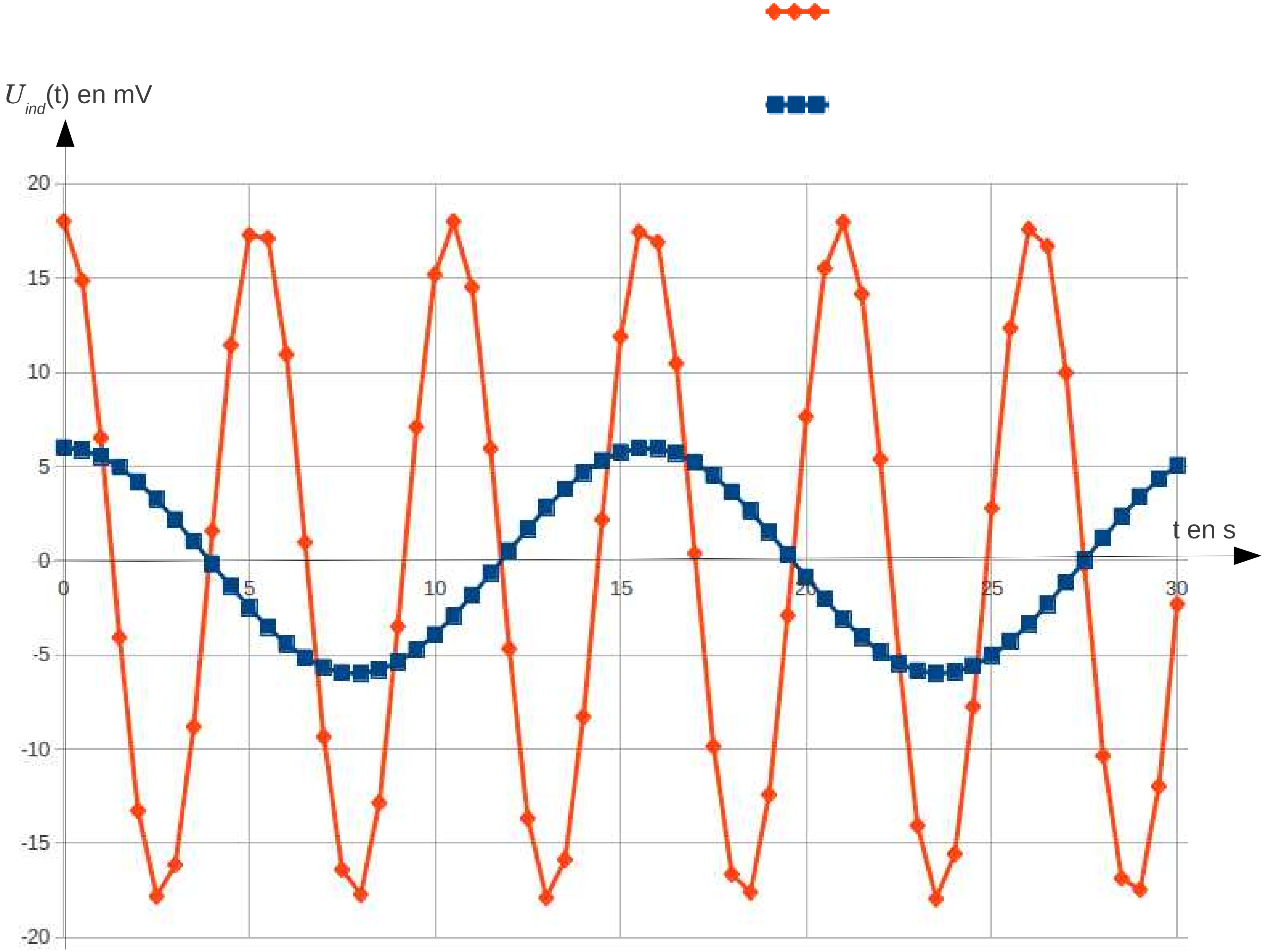
En el gràfic apareix la tensió induïda en l'espira. Una corba mostra U_{ind} a una velocitat angular ω_1 de $0{,}4\frac{1}{s}$, l'altra a ω_2 de $1{,}2\frac{1}{s}$.

1. Quina és l'escala de l'eix horitzontal i quina la de l'eix vertical?
2. Indica quina corba correspon a ω_1 i a ω_2.
3. Marca amb una línia vertical els períodes T_1 i T_2.

Les següents funcions donen la relació entre flux magnètic i el temps.

$$\Phi_1(t)=1{,}5\,Vs\times\sin\left(0{,}4\frac{1}{s}t\right)$$
$$\Phi_2(t)=1{,}5\,Vs\times\sin\left(1{,}2\frac{1}{s}t\right)$$

4. Quines són les funcions de la tensió induïda?
5. Explica com influeix la velocitat angular ω de l'espira que gira en un camp magnètic en la tensió induïda U_{ind}.



U_{ind}(t) en mV
t en s
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
0
5
10
15
20
25
30

4.4.4 Influència de les dimensions de l'espira en la tensió induïda

Tronem a observar l'esquema de la pàg. 87. Ara volem esbrinar com influeixen les mides de l'espira en la tensió induïda U_{ind}.

Sabem que U_{ind} és el pendent de la corba del flux magnètic Φ. Per això observarem la funció $\Phi(t)$ representada en la corba del flux (veure pàg. 100).

$\Phi(t) = A \times B(t) = A \times B \times \sin(\omega t)$

A: superfície de l'espira en m^2

B: inducció en $\frac{N}{Am}$

ω: velocitat angular en $\frac{1}{s}$

Es veu que el flux magnètic augmenta proporcionalment amb la superfície de l'espira.

En l'exemple de la pàg. 100, la superfície era

A_1 = 10 cm x 5 cm = 50 cm^2 = 0,005 m^2

i un valor suposat de la inducció $B=3\frac{N}{Am}$

El flux magnètic resultant era

$$\Phi_1(t)=0{,}015\,Vs\times\sin(0{,}4\frac{1}{s}\times t)$$

Si dupliquem la superfície de l'espira

A_2 = 2 x A_1 = 100 cm^2 = 0,01 m^2
es pot calcular el flux magnètic $\Phi(t)$

$$\Phi_2(t)=A_2\times B(t)=2\times A_1\times B(t)=0{,}01\,m^2\times 3\frac{N}{Am}\times\sin(0{,}4\frac{1}{s}t)$$

$$\Phi_2(t)=0{,}03\,Vs\times\sin(0{,}4\frac{1}{s}t)$$

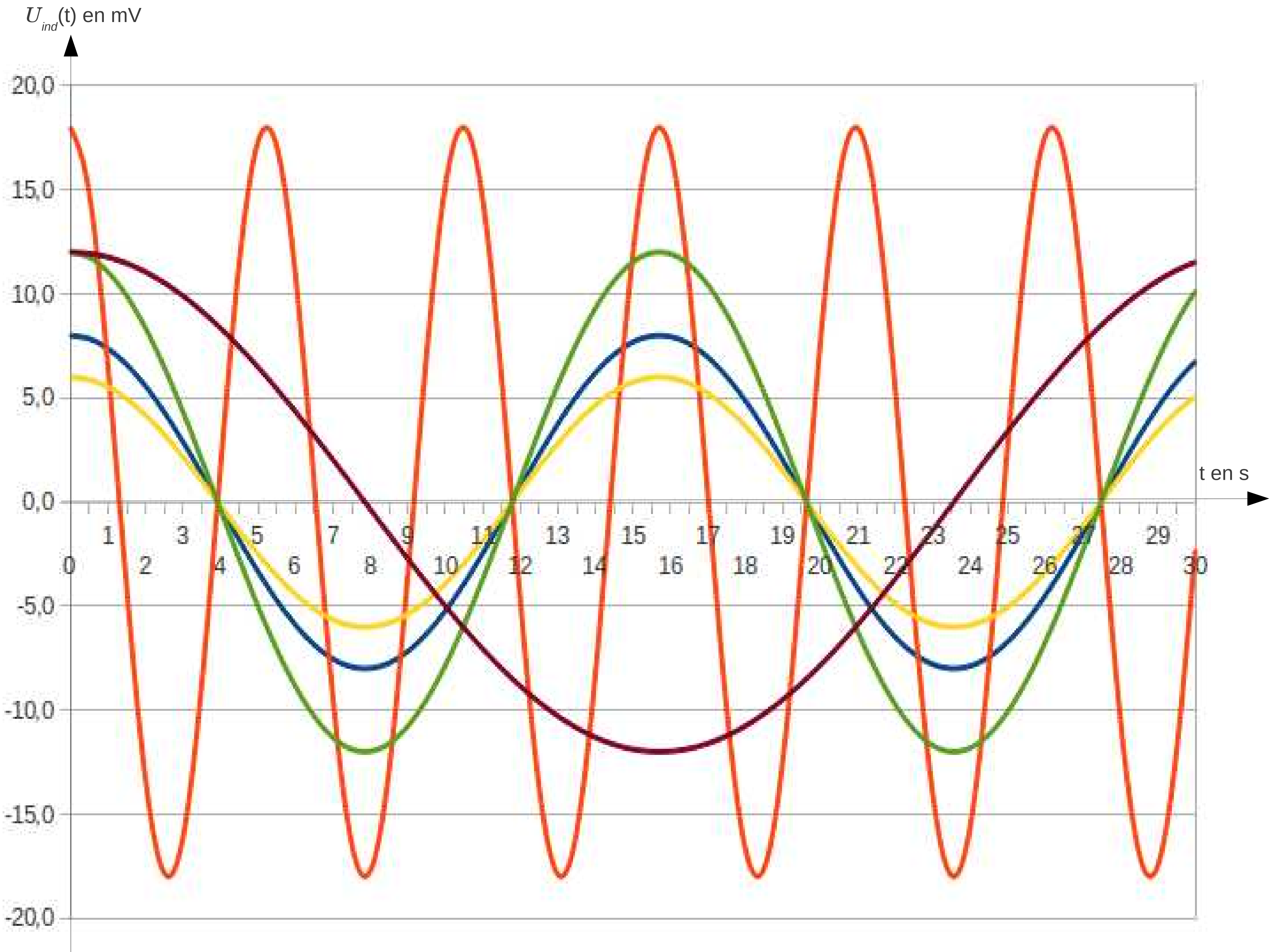
Exercici 4.4.1

Si els fluxos magnètics de dues espires són:

$$\Phi_1(t)=0{,}015\,Vs\times\sin(0{,}4\frac{1}{s}\times t)$$

$$\Phi_2(t)=0{,}03\,Vs\times\sin(0{,}4\frac{1}{s}t)$$

1. Quines són les funcions de les tensions induïdes de les espires?
2. Dels gràfics de la pàgina següent, quin correspon a l'espira 1 i quin a la 2?



U_{ind}(t) en mV
20,0
15,0
10,0
5,0
0,0
-5,0
-10,0
-15,0
-20,0
t en s
1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30