3.1. Cálculo de circuitos eléctricos

A la hora de analizar un circuito eléctrico es necesario conocer sus parámetros eléctricos más importantes, generalmente los valores de tensiones, corrientes y potencias, para a partir de estos, profundizar en otros aspectos, como veremos más adelante, tales como el cálculo de secciones del cableado a emplear, selecciones de los elementos de protección, etcétera.

Un circuito eléctrico responde de diferente manera en función del tipo de onda o de corriente eléctrica, en este caso se aprenderá a calcular circuitos en corriente continua y en corriente alterna senoidal.

Otro aspecto importante a la hora de analizar y calcular los circuitos eléctricos es el régimen de funcionamiento. Existen dos tipos de regímenes: el **régimen transitorio,** que es el que tiene lugar cuando un circuito cambia de estado, por ejemplo de estar desconectado a la red eléctrica a cuando se cierra el interruptor y esta pasa a conectar los receptores eléctricos. Este análisis es muy complejo y no se tratará. El otro estado es el **régimen permanente,** que es cuando el circuito después de cambiar de estado se estabiliza. Este estado es el que se aprenderá a calcular.

3.2. Las leyes de Kirchhoff

Gustav Robert Kirchhoff fue un físico prusiano (Alemania) que aplicando el principio de conservación de la energía, estableció dos leyes que permiten resolver matemáticamente un circuito eléctrico obteniendo la tensión y la corriente en cualquier parte del circuito.

Un circuito eléctrico está compuesto por los siguientes elementos:

- **Nudo.** Es la unión de varios conductores eléctricos en un punto.
- **Rama.** Parte del circuito comprendido entre dos nudos.
- **Lazo.** Es un circuito que puede recorrerse sin pasar dos veces por un mismo punto.
- **Malla.** Lazo sin ninguna parte en su interior.

Actividad resuelta 3.1

Identifica en el circuito eléctrico de la figura, los nudos, las ramas, los lazos y las mallas.

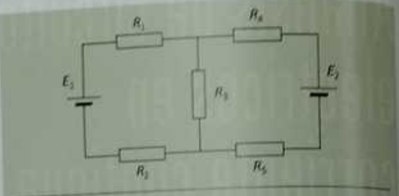

Figura 3.1. Circuito eléctrico.

Solución:

Se identifican dos nudos, tres ramas, tres lazos y dos mallas.

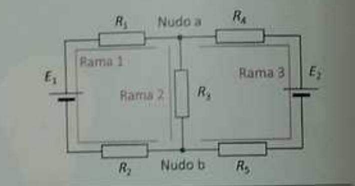

Figura 3.2. Nudos y ramas en el circuito eléctrico.

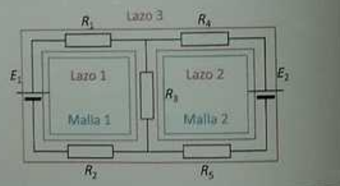

Figura 3.3. Lazos y mallas en el circuito eléctrico.

3.2.1. Primera ley de Kirchhoff

La **primera ley de Kirchhoff o de las corrientes** se centra en los nudos. La suma de las corrientes entrantes en un nudo es igual a la suma de las corrientes salientes:

$$\Sigma I_{Entrada} = \Sigma I_{Salida}$$

Que es lo mismo que:

$$\Sigma I = 0$$

Por convención de signos, se consideran positivas las corrientes que entran al nudo y negativas las que salen.

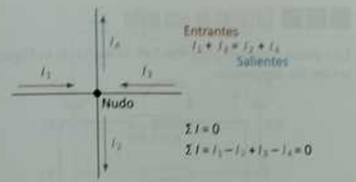

Figura 3.4. Nudo.

Si observamos el ejemplo de la Figura 3.5 podremos entender la regla de los nudos. Se tiene un circuito compuesto por dos resistencias en paralelo conectadas a una fuente de alimentación.

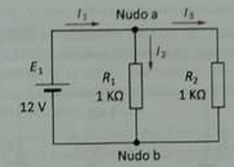

Figura 3.5. Ejemplo de nudo.

Por la ley de Ohm se sabe que la corriente que debe circular por cada rama es de:

$$I_2 = I_3 = \frac{E_1}{R} = \frac{12\ V}{1000\ \Omega} = 0{,}012\ A = 12\ mA$$

De aquí se deduce que la fuente de alimentación debe proporcionar la corriente demandada para cada rama, es decir 24 mA:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 12\ mA + 12\ mA = 24\ mA$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 24\ mA - 12\ mA - 12\ mA = 0$$

En el nudo b ocurre lo contrario:

$$I_2 + I_3 = I_1$$

3.2.2. Segunda ley de Kirchhoff

La **segunda ley de Kirchhoff o de las tensiones** se centra en las mallas. La suma de las fuerzas electromotrices aplicadas en una malla es igual a las caídas de tensión en cada elemento de la malla:

$$\Sigma E_i = \Sigma (I_i \cdot R_i)$$

Si se plantea esta ecuación de manera implícita, se obtiene:

$$\Sigma E_i - \Sigma (I_i \cdot R_i) = 0$$

Es decir que, la suma de tensiones en un camino cerrado es nula.

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito de la Figura 3.6, se observa que:

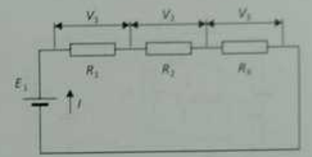

Figura 3.6. Ejemplo de malla.

$$\Sigma E_i = \Sigma (R \cdot I)$$

$$\Sigma E_i - \Sigma (R \cdot I) = 0$$

$$E_1 = V_1 + V_2 + V_3 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$$

3.3. Métodos de resolución

En todos los casos, se trata de establecer una serie de ecuaciones basándonos en las leyes de Kirchhoff aplicadas a los nudos y las mallas del circuito. Se obtiene un sistema de ecuaciones linealmente independientes igual al número de incógnitas.

Para resolver estos sistemas de ecuaciones se pueden emplear los sistemas tradicionales (reducción, igualación o sustitución) y en los más complejos se recomienda la utilización de matrices y resolverlos por Cramer.

3.3.1. Consideraciones

A la hora de plantear las ecuaciones para resolver los circuitos aplicando las reglas de Kirchhoff se ha de tener en cuenta una serie de convenciones:

- Hay que dar un sentido arbitrario a las corrientes eléctricas. Si una vez calculado el resultado de estas corrientes se obtienen valores negativos, significa que el sentido es el inverso al considerado.

Figura 3.7. Sentido de las corrientes.

- Si al plantear las ecuaciones de las mallas, las corrientes coinciden con el sentido de la malla, entonces se consideran positivas y negativas en caso contrario. En la Figura 3.8 se observa que la corriente I_1 coincide con el sentido de la malla 1.

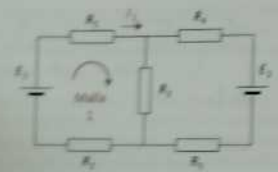

Figura 3.8. Sentido coincidente de la corriente con la malla.

- Cuando un elemento es compartido por dos ramas, si el sentido de la corriente coincide con el de la rama se considera positivo y negativo en caso contrario. En la Figura 3.9 se observa que la corriente I_1 coincide con el sentido de la malla 1 pero en la malla 2 es opuesto.

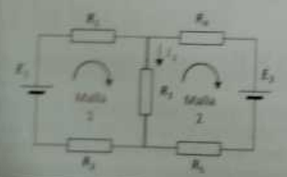

Figura 3.9. Sentido de las corrientes respecto a dos mallas.

- Las fuentes de tensión se pueden comportar como generador (aportan energía al circuito) o como receptor (consumen energía del circuito).

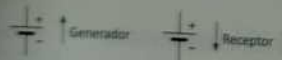

Figura 3.10. Comportamiento de una fuente de tensión.

3.3.2. Método de las corrientes de malla

Veamos cómo aplicar la primera ley de Kirchhoff o de las corrientes a un circuito eléctrico, en primer lugar de una sola malla y posteriormente de varias mallas.

Circuitos de una malla

Los pasos a aplicar para resolver la malla de la Figura 3.11 serían los siguientes:

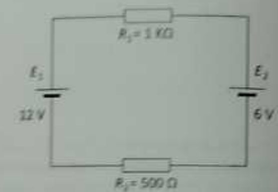

Figura 3.11. Ejemplo de malla.

1. Se indica, de manera arbitraria, el sentido de la malla, por ejemplo sentido horario.

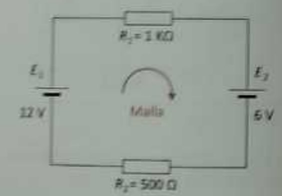

Figura 3.12. Sentido de la malla.

2. Se indica de manera arbitraria el sentido de la corriente.

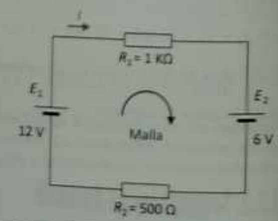

Figura 3.13. Sentido de la corriente.

3. Se indica el sentido en las fuentes de alimentación considerándolas como generadores, es decir se coloca una flecha que entre por el polo negativo y salga por el positivo.

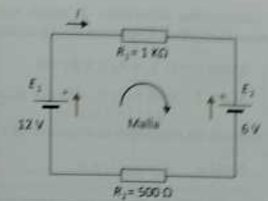

Figura 3.14. Sentido en las fuentes de tensión.

4. Se aplica la regla de Kirchhoff, observando en este caso lo siguiente:
   - La fuente de alimentación E_1 coincide con el sentido de la malla, por tanto se considera positiva. Actúa como generador aportando energía al circuito.
   - La fuente de alimentación E_2 no coincide con el sentido de la malla, por tanto se considera negativa. Actúa como receptor consumiendo energía del circuito.
   - El sentido de la corriente I coincide con el sentido de la malla, por tanto se considera positiva.

Con estas observaciones, la ecuación de esta malla sería:

$$E_1 - E_2 = I \cdot (R_1 + R_2)$$

Actividad resuelta 3.2

Resuelve la malla de la Figura 3.11 según:

a) Esos mismos criterios.

b) Ahora considera que el sentido de la corriente se ha tomado de manera inversa. Plantea los sentidos de las corrientes y resuelve la malla. ¿Qué conclusión obtienes?

Solución:

a) Con los mismos criterios de los sentidos de la malla y corrientes, se ha obtenido que:

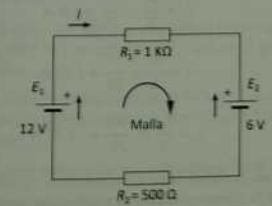

Figura 3.15. Ejercicio de aplicación. Planteamiento A.

$$E_1 - E_2 = I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$12 - 6 = I \cdot (1000 + 500) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{12 - 6}{1000 + 500} = 0{,}004\ \text{A} = 4\ \text{mA}$$

b) Si ahora se cambia el sentido de la corriente I, se observa que este es opuesto al sentido de la malla. Por tanto, en el planteamiento se considerará negativo.

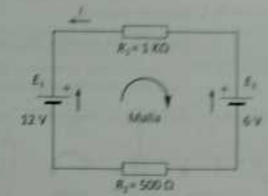

Figura 3.16. Ejercicio de aplicación. Planteamiento B.

$$E_1 - E_2 = -I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$12 - 6 = I \cdot (1000 + 500) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad I = -\frac{12 - 6}{1000 + 500} = -0{,}004\ \text{A} = -4\ \text{mA}$$

En este caso el valor de la corriente obtenida es de –4 mA. El signo negativo indica que el sentido real de la corriente es opuesto al considerado.

Circuitos de varias mallas

En el circuito de la Figura 3.17 se observa que está compuesto por los siguientes elementos:

- Nudos: $n = 2$.
- Ramas: $r = 3$.
- Lazos: $l = 3$.
- Mallas: $m = 2$.

En este circuito se observan tres ramas y por tanto se tendrán tres corrientes que serán las incógnitas a calcular. Se necesitan tres ecuaciones linealmente independientes. Dos de ellas se obtienen mediante la segunda ley de Kirchhoff aplicadas a las mallas. La tercera ecuación se obtiene aplicando la primera ley de Kirchhoff a uno de los nudos.

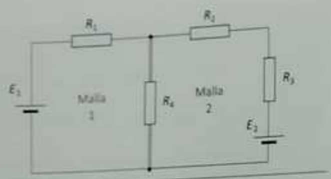

Figura 3.17. Circuito de varias mallas.

Se resuelve de la siguiente manera:

1. Se asigna a cada malla un sentido, por ejemplo el sentido horario.

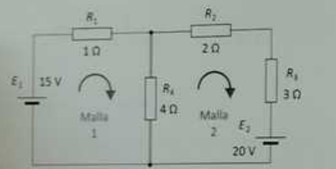

Figura 3.18. Sentido de las mallas.

2. Se asigna de manera arbitraria un sentido a las corrientes de cada rama.

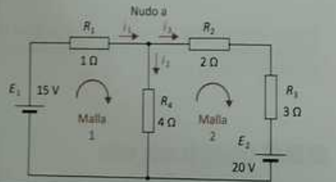

Figura 3.19. Corrientes en los nudos.

3. Se representan los potenciales en cada elemento.

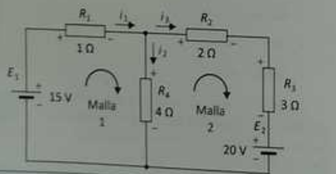

Figura 3.20. Sentido de los potenciales.

4. Se plantean las ecuaciones de malla teniendo en cuenta el sentido de los potenciales en cada elemento.

Malla 1: $R_1\, i_1 + R_4\, i_2 - E_1 = 0$

Malla 2: $R_2\, i_3 + R_3\, i_3 - R_4\, i_2 + E_2 = 0$

5. Se plantean las relaciones de corriente en el nudo:

Nudo a: $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

6. Se tiene un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

Malla 1: $i_1 + 4\, i_2 = 15$

Malla 2: $-4\, i_2 + 5\, i_3 = -20$

Nudo a: $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

7. Se resuelve el sistema de ecuaciones por cualquiera de los métodos (sustitución, igualación, reducción o Cramer).

En este caso se va a resolver por el método de Cramer, que se basa en el cálculo de determinantes:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & 5 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4 + 20 + 0 - 0 - 0 + 5 = 29$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 15 & 4 & 0 \\ -20 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 60 + 0 + 0 - 0 - 80 + 75 = 55$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 15 & 0 \\ 0 & -20 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 20 + 75 + 0 - 0 - 0 - 0 = 95$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 15 \\ 0 & -4 & -20 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 80 + 0 + 60 - 0 - 20 = -40$$

Se obtienen las incógnitas:

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{55}{29} = 1{,}9 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{95}{29} = 3{,}28 \text{ A}$$

$$i_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-40}{29} = -1{,}38 \text{ A}$$

Si alguna corriente tiene signo negativo, significa que el sentido de la misma es contrario al que se había considerado. En este caso el sentido de la corriente i_3 es contraria al considerado.

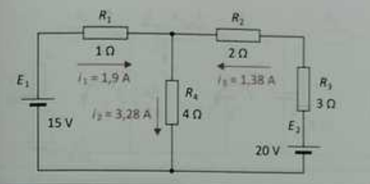

Figura 3.21. Solución.

3.3.3. Método de las tensiones en los nudos

Este método consiste en calcular el potencial que hay en cada nudo del sistema, respecto de un nudo que consideramos con potencial 0. Conocido el potencial del nudo, se calculan las corrientes de cada rama, teniendo en cuenta las posibles fuentes de tensión y resistencias que existieran en dicha rama.

Los pasos para resolver el circuito serían los siguientes:

1. Se selecciona un nudo que se conecta a tierra (se le asigna el potencial 0).

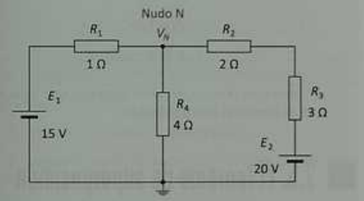

Figura 3.22. Asignación de nudos.

2. Al resto de nudos del circuito les asignamos un número o letra y el potencial correspondiente respecto del nudo 0.

   En este caso, solo hay dos nudos, al otro se le asigna la letra N y un potencial V_N, que es el que se debe hallar.

3. A cada rama del circuito se le asigna una corriente con un sentido arbitrario, por ejemplo salientes del nudo.

4. A estos nudos se les aplica la primera ley de Kirchhoff.

   Para el nudo N, se tiene que:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

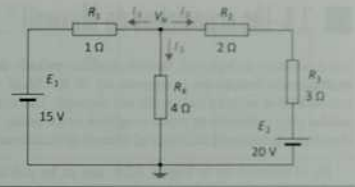

Figura 3.23. Asignación de corrientes.

5. Se considera una fuente de tensión ficticia de valor V entre el nudo N y el de potencial 0, y aplicando la ley de Ohm se obtiene la corriente que circula por esa rama, ignorando en cada caso el resto del circuito.

   Así, se obtienen las siguientes expresiones:

$$I_1 = \frac{V_N - E_1}{R_1} = \frac{V_N - 15}{1}$$

$$I_2 = \frac{V_N - E_2}{R_2 + R_3} = \frac{V_N - 20}{5}$$

$$I_3 = \frac{V_N}{R_4} = \frac{V_N}{4}$$

6. Se sustituye en la ecuación de cada nudo los valores de las distintas intensidades y se resuelve:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{V_N - 15}{1} + \frac{V_N - 20}{5} + \frac{V_N}{4} = 0$$

$$20\, V_N - 300 + 4\, V_N - 80 + 5\, V_N = 0$$

$$29\, V_N - 380 = 0$$

$$V_N = \frac{380}{29} = 13{,}10 \text{ V}$$

7. Una vez calculados los potenciales de los nudos, se sustituyen para obtener las corrientes:

$$I_1 = \frac{V_N - 15}{1} = \frac{13{,}10 - 15}{1} = -1{,}9 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_N - 20}{5} = \frac{V_N - 20}{5} = -1{,}38 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_N}{R_4} = \frac{13{,}10}{4} = 3{,}28 \text{ A}$$

Las corrientes de signo negativo significan que su sentido es el contrario al considerado.

3.4. Las ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell, también llamado **método de las mallas**, están basadas en la segunda ley de Kirchhoff. Con este método se asigna a cada malla una corriente. Una vez obtenidas estas corrientes de malla se aplican en los nudos. Con el método de Maxwell se reduce el número de ecuaciones.

En el circuito de la Figura 3.24, que se ha calculado previamente, se tenían tres ecuaciones con tres incógnitas. Si se aplica el método de Maxwell o de las mallas se tienen dos ecuaciones con dos incógnitas (I_A e I_B).

Los pasos para resolver el circuito serían los siguientes:

1. Se asigna un sentido arbitrario para las corrientes de mallas (I_A e I_B), por ejemplo sentido horario.

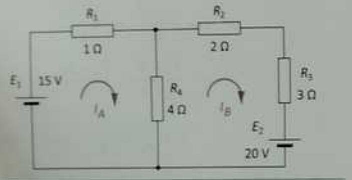

Figura 3.24. *Planteamiento de las mallas.*

2. Se asigna de manera arbitraria un sentido a las corrientes de cada rama.

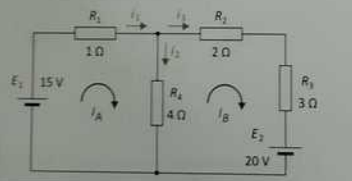

Figura 3.25. *Corrientes de ramas.*

3. Se representan los potenciales en cada elemento (Figura 3.26).
4. Se plantean las ecuaciones de malla teniendo en cuenta el sentido de los potenciales en cada elemento:

Malla A: $R_1\, I_A + R_4\,(I_A - I_B) - E_1 = 0$

Malla B: $R_2\, I_B + R_3\, I_B + R_4\,(I_B - I_A) + E_2 = 0$

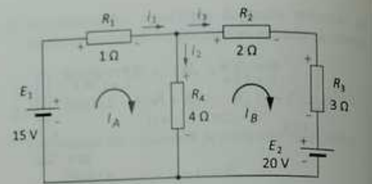

Figura 3.26. *Sentido de los potenciales.*

5. Se resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\text{Malla } A\text{:}\quad 5\, I_A - 4\, I_B - 15 = 0$$

$$\text{Malla } B\text{:}\quad -4\, I_A + 9\, I_B + 20 = 0$$

Obteniendo:

$$I_A = 1{,}9\ \text{A}$$

$$I_B = -1{,}38\ \text{A}$$

6. Se obtienen las corrientes de rama:

$$i_1 = I_A = 1{,}9\ \text{A}$$

$$i_2 = I_A - I_B = 3{,}28\ \text{A}$$

$$i_3 = I_B = -1{,}38\ \text{A}$$

Como i_3 es de sigo negativo significa que su sentido es el contrario al considerado.

3.5. El teorema de superposición

El teorema de superposición consiste en dividir un circuito eléctrico con varias fuentes (de tensión o de corriente) en tantos circuitos como fuentes tenga y posteriormente sumar todos los efectos (tensiones o corrientes).

Para resolver un circuito utilizando el teorema de superposición, se debe resolver los circuitos resultantes de ir anulando alternativamente todas las fuentes menos una. La intensidad que circula por el circuito será la suma de las intensidades que circulan por cada una de las ramas de los circuitos en que este se descompone.

Anular una fuente de tensión consiste en cortocircuitarla. Anular una fuente de corriente consiste dejarla a circuito abierto.

El teorema de superposición se aplica a **circuitos lineales**, es decir cuya relación tensión-corriente es lineal.

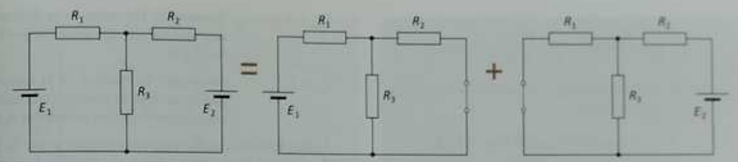

Figura 3.27. *Teorema de superposición.*

Actividad resuelta 3.3

Resuelve el circuito dado en la Figura 3.28 en los siguientes casos:

a) Sin aplicar el teorema de superposición.

b) Aplicando el teorema de superposición.

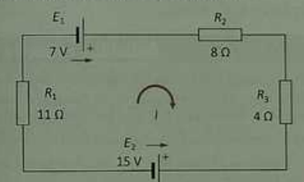

Figura 3.28. *Ejercicio de aplicación del teorema de superposición.*

Solución:

a) Sin aplicar el teorema de superposición.

Se asigna el sentido de la corriente de manera arbitraria y se calcula por medio de la ley de Ohm.

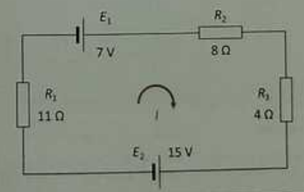

Figura 3.29. *Ejercicio de aplicación del teorema de superposición. Con todas las fuentes.*

Como el sentido de ε_1 coincide con la corriente I, su signo es positivo, en cambio ε_2 es opuesto y por ello negativo:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{7 - 15}{11 + 8 + 4} = -0{,}35\ \text{A}$$

El signo negativo de la corriente obtenida significa que su sentido es el opuesto.

b) Aplicando el teorema de superposición.

Primero se asigna el sentido de la corriente a la malla de forma arbitraria, en este caso dejamos el mismo sentido que el considerado anteriormente. A continuación, se deja solo una de las fuentes de tensión, eliminando (cortocircuitando) las demás y se calcula su corriente por medio de la ley de Ohm.

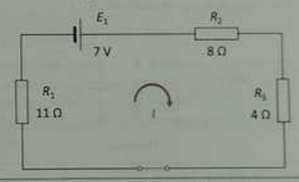

Figura 3.30. *Ejercicio de aplicación del teorema de superposición. Solo la fuente de tensión 1.*

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{7}{11 + 8 + 4} = 0{,}30\ \text{A}$$

Una vez obtenida la corriente, se procede de idéntica manera con la siguiente fuente.

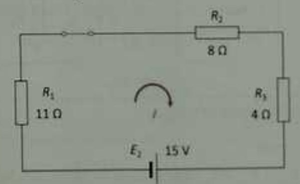

Figura 3.31. *Ejercicio de aplicación del teorema de superposición. Solo la fuente de tensión 2.*

$$I_2 = \frac{E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{-15}{11 + 8 + 4} = -0{,}65 \text{ A}$$

Sumando el efecto de todas las fuentes se obtiene la corriente total, siendo de:

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}30 + (-0{,}65) = -0{,}35 \text{ A}$$

Se observa que ambas corrientes coinciden, quedando demostrado el teorema de superposición.

3.6. Los teoremas de Thévenin y Norton

Son dos teoremas básicos del análisis de circuitos, que están relacionados, siendo, en definitiva, dos formas de ver lo mismo. Su enunciado es el siguiente:

Teorema de Thévenin. Toda red de dos terminales es equivalente a un circuito formado por una fuente de tensión (V_{TH}) en serie con una resistencia (R_{TH}).

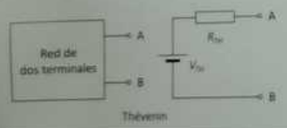

Figura 3.32. Teorema de Thévenin.

Teorema de Norton. Toda red de dos terminales es equivalente a un circuito formado por una fuente de intensidad en paralelo con una resistencia.

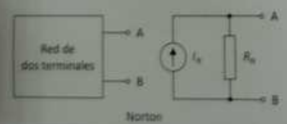

Figura 3.33. Teorema de Norton.

Donde:

$R_{EQ} = R_{TH} = R_N$ Resistencias de Thévenin y Norton, es la resistencia equivalente que presenta la red desde los terminales A y B, anulando las fuentes.

$V_{AB} = V_{TH}$ Tensión de Thévenin, es la diferencia de potencial que hay entre los terminales A y B.

$I_{AB} = I_N$ Intensidad de Norton, es la corriente que recorrería un cortocircuito que se estableciese entre los terminales A y B.

Ambos teoremas están relacionados entre sí por la Ley de Ohm, siendo la resistencia de los dos circuitos la misma:

$$V_{TH} = I_N \cdot R_N \qquad I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}}$$

$$R_{TH} = R_N = \frac{V_{TH}}{I_N}$$

La obtención de los circuitos equivalentes pasa por tanto por la obtención de la V_{TH}, la I_N y la resistencia equivalente desde los terminales A y B ($R_{TH} = R_N$). Para ello, se debe resolver el circuito por cualquiera de los métodos conocidos y hallarlas de modo teórico.

Actividad resuelta 3.4

Halla el circuito equivalente de Thévenin y Norton entre los puntos A y B. Calcula, además, la potencia de una resistencia conectada entre A y B en los siguientes casos:

- Resistencia de valor igual a la resistencia de Thévenin.
- Resistencia de valor igual a la mitad de la resistencia de Thévenin.
- Resistencia de valor igual al doble de la resistencia de Thévenin.

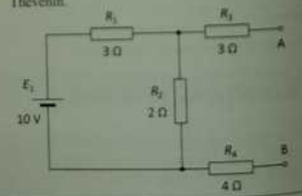

Figura 3.34. Ejercicio de aplicación del teorema de Thévenin y Norton.

Solución:

Para este circuito, la tensión de Thévenin (V_{TH}) es la diferencia de potencial que existe entre los puntos A y B. Como entre A y B no circula ninguna corriente por ser un circuito abierto, la tensión V_{AB} es la misma que existe en bornes de la resistencia R_2. Esta tensión viene determinada por:

$$V_{R2} = I \cdot R_2$$

Por tanto, se debe calcular en primer lugar la corriente que circula por esta resistencia.

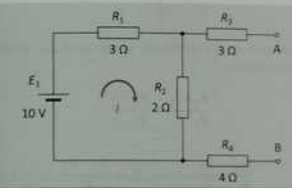

Figura 3.35. Ejercicio de aplicación. Calculo de la corriente.

Aplicando la ley de Ohm, se tiene que:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{10}{3 + 2} = 2 \text{ A}$$

Por tanto:

$$V_{R2} = I \cdot R_2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ V}$$

$$V_{TH} = V_{AB} = 4 \text{ V}$$

En este caso, también se podría haber calculado considerando que el circuito es un divisor de tensión:

$$V_{R2} = E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 \frac{2}{3 + 2} = 4 \text{ V}$$

Se calcula ahora la resistencia equivalente de Thévenin, para ello se anulan las fuentes (las fuentes de tensión se cortocircuitan).

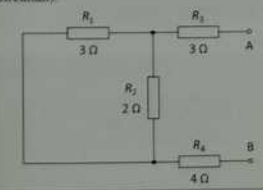

Figura 3.36. Ejercicio de aplicación. Cálculo de R_{eq}.

Simplificando el circuito (obteniendo el paralelo de R_1 y R_2 y realizando el circuito serie de esta con R_3 y R_4), se obtiene que:

$$R_{TH} = (R_1 // R_2) + R_3 + R_4$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_4$$

$$R_{TH} = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} + 3 + 4 = 8{,}2 \ \Omega$$

Con estos ya se tiene el circuito equivalente de Thévenin:

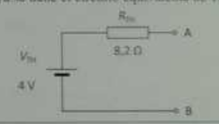

Figura 3.37. Ejercicio de aplicación. Circuito equivalente de Thévenin.

Para el circuito de Norton, se tiene que:

$$R_{TH} = R_N = 8{,}2 \ \Omega$$

$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} = \frac{4}{8{,}2} = 0{,}49 \text{ A}$$

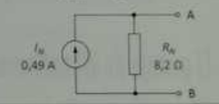

Figura 3.38. Ejercicio de aplicación. Circuito equivalente de Norton.

Conectamos una resistencia R, a la conexión Thévenin. Se asigna un sentido arbitrario. Esta intensidad I_1 no tiene por qué valer lo mismo que la intensidad I hallada al principio del problema, ya que esta depende del valor de la resistencia.

Figura 3.39. Ejercicio de aplicación. Con carga.

La relación que se establece es:

$$V_{TH} = I_1 \cdot R_{TH} + I_1 \cdot R = I_1 \cdot (R_{TH} + R)$$

$$I_1 = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R}$$

Si la resistencia de carga es del mismo valor que la resistencia de Thévenin, se tiene que:

- Si: $R = R_{TH} = 8{,}2 \ \Omega$:

$$I_1 = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R} = \frac{4}{8{,}2 + 8{,}2} = 0{,}24 \text{ A}$$

Con una tensión de:

$$V_R = I_1 \cdot R = 0{,}24 \cdot 8{,}2 = 2\ \text{V}$$

Disipando una potencia de:

$$P_R = V_R \cdot I_1 = 2 \cdot 0{,}24 = 0{,}49\ \text{W}$$

- Si: $R = R_{TH} / 2 = 4{,}1\ \Omega$:

$$I_1 = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R} = \frac{4}{8{,}2 + 4{,}1} = 0{,}32\ \text{A}$$

Con una tensión de:

$$V_R = I_1 \cdot R = 0{,}32 \cdot 4{,}1 = 1{,}33\ \text{V}$$

Disipando una potencia de:

$$P_R = V_R \cdot I_1 = 1{,}33 \cdot 0{,}32 = 0{,}43\ \text{W}$$

3.7. El puente de Wheatstone

El puente de Wheatstone es un circuito que se emplea para medir resistencias de una manera rápida y precisa. Consiste en emplear dos resistencias fijas (R_1 y R_2) y conocidas, una resistencia variable (R_3) y la resistencia a medir (R_X).

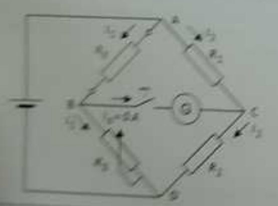

Figura 3.40. El puente de Wheatstone.

La resistencia variable (R_3) se mueve sobre una escala, de tal forma que se puede conocer su valor óhmico en cualquier momento. Cuando se cierra el interruptor, el circuito estará desequilibrado y el galvanómetro marcará un valor cualquiera. Se trata de variar el valor de la resistencia variable (R_3) hasta conseguir que el galvanómetro marque cero. En este momento el circuito está en equilibrio y por aplicación de la segunda ley de Kirchhoff a las mallas formadas se consigue que:

$$R_X \cdot I_1 = R_1 \cdot I_2$$

$$R_3 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2$$

Dividiendo estas expresiones se consigue que se eliminen las corrientes:

$$\frac{R_X \cdot I_1}{R_3 \cdot I_1} = \frac{R_1 \cdot I_2}{R_2 \cdot I_2}$$

$$\frac{R_X}{R_3} = \frac{R_1}{R_2} \quad \rightarrow \quad R_X = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$$

La ventaja del empleo de circuitos puente para determinar el valor de resistencias consiste en que no interviene en las expresiones el valor de la tensión de la fuente de alimentación.

Saber más

El puente de Wheatstone es el circuito puente más conocido, pero hay varios tipos más como el puente Thomson, el puente hilo, etcétera.

Actividad resuelta 3.5

Se tiene un puente de Wheatstone con resistencias de los siguientes valores: $R_1 = 100\ \Omega$ y $R_2 = 50\ \Omega$. Cuando el amperímetro marca cero, la resistencia R_3 vale $20\ \Omega$. ¿Cuál es el valor de la resistencia desconocida R_X?

Solución:

Aplicando la relación, se obtiene que:

$$R_X = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = \frac{100 \cdot 20}{50} = 40\ \Omega$$

3.8. Transformaciones triángulo-estrella y estrella-triángulo

Una combinación de resistencias en combinación triángulo se puede transformar en la combinación estrella y viceversa. Estas transformaciones facilitan el cálculo para obtener la resistencia equivalente en un circuito.

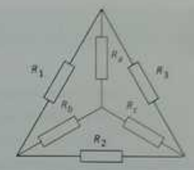

Figura 3.41. Transformación de triángulo a estrella.

Las ecuaciones que corresponden a estas transformaciones son:

- De triángulo a estrella:

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_c = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

- De estrella a triángulo:

$$R_1 = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c}{R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c}{R_a}$$

$$R_3 = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c}{R_b}$$

Actividad resuelta 3.6

Obtén la resistencia equivalente del circuito de la Figura 3.42.

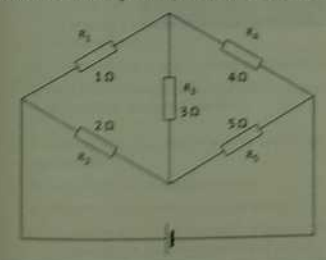

Figura 3.42. Circuito.

Solución:

El circuito está formado por dos combinaciones de triángulos. Se puede transformar una de ellas a estrella.

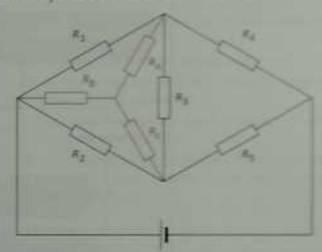

Figura 3.43. Transformación triángulo-estrella.

Se aplican las ecuaciones:

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1 \cdot 3}{1 + 2 + 3} = \frac{1}{2}\ \Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2 + 3} = \frac{1}{3}\ \Omega$$

$$R_c = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 1\ \Omega$$

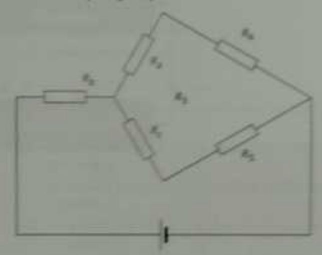

Figura 3.44. Equivalencia.

Con la combinación obtenida, ya es fácil obtener la resistencia total, calculando la combinación serie de R_c con R_5 y R_a con R_4. Se obtiene el paralelo de estas y por último el circuito serie con R_b.

El valor de la resistencia equivalente es de:

$$R = \frac{61}{21} = 2{,}9\ \Omega$$

Actividades de comprobación

3.1. Una malla se define como:

a) Es un circuito abierto.

b) Es un circuito cerrado.

c) Es un circuito que puede recorrerse sin pasar dos veces por un mismo punto.

d) Es un circuito que puede recorrerse pasando n veces por un mismo punto.

3.2. En un nudo:

a) La suma de las corrientes que entran más las corrientes que salen es igual a 0.

b) La suma de las corrientes que entran menos las corrientes que salen es igual a 0.

c) El producto de las tensiones que entran es igual al producto de las tensiones que salen.

d) El producto de las tensiones que entran menos el producto de las tensiones que salen es siempre 0.

3.3. Por convención de signos, las corrientes respecto a un nudo se consideran:

a) Negativas si salen.

b) Positivas si salen.

c) Negativas si entran.

d) No hay ningún criterio.

3.4. Según la segunda ley de Kirchhoff:

a) La suma de las fuerzas electromotrices en una malla más las caídas de tensión en cada elemento es igual a 0.

b) La suma de las fuerzas electromotrices en una malla es igual a la suma de las caídas de tensión en cada elemento.

c) La suma de las corrientes en un nudo es igual a 0.

d) La suma de las corrientes que entran es igual a la suma de las corrientes que salen.

3.5. Si el sentido de una corriente es de valor negativo, significa que:

a) La corriente no puede ser negativa.

b) El sentido es el contrario al considerado.

c) Es posible solo cuando se aplica el teorema de superposición ya que posteriormente al sumarse con los otros efectos su resultado final será positivo.

d) Son errores de decimales y se redondea a 0.

3.6. Si en una fuente de tensión la corriente entra por el polo positivo:

a) La fuente proporciona energía al sistema.

b) La fuente absorbe energía al sistema, comportándose como un generador.

c) La fuente absorbe energía al sistema, comportándose como un receptor.

d) Toda fuente de tensión genera una energía que es aprovechada por el resto de elementos que componen el circuito.

3.7. El teorema de superposición consiste en descomponer un circuito en:

a) Función de sus elementos pasivos.

b) Función de sus ramas y luego sumar sus efectos.

c) Función de sus ramas y luego sumar sus corrientes.

d) Función de sus fuentes y luego sumar sus efectos.

3.8. En el teorema de superposición, eliminar una fuente de tensión consiste en:

a) No se puede eliminar una fuente de tensión de un circuito puesto que entonces varía este y sus resultados finales.

b) Invertir su polaridad.

c) Dejarla a circuito abierto.

d) Dejarla a cortocircuito.

3.9. El teorema de Thévenin consiste en:

a) Un circuito serie con la resistencia y la fuente de tensión.

b) Un circuito paralelo con la resistencia y la fuente de corriente.

c) Un circuito serie con la resistencia y la fuente de corriente.

d) Un circuito paralelo con la resistencia y la fuente de tensión.

3.10. El teorema de Norton consiste en:

a) Un circuito serie con la resistencia y la fuente de tensión.

b) Un circuito paralelo con la resistencia y la fuente de corriente.

c) Un circuito serie con la resistencia y la fuente de corriente.

d) Un circuito paralelo con la resistencia y la fuente de tensión.

Actividades de aplicación

3.11. Calcula las corrientes de cada rama del circuito de la figura en los siguientes casos:

a) Aplicando las leyes de Kirchhoff.
b) Aplicando las ecuaciones de Maxwell.
c) Aplicando el teorema de superposición.
d) Aplicando el método de los nudos.
e) Calcula el circuito equivalente de Thévenin y Norton en los puntos A y B.

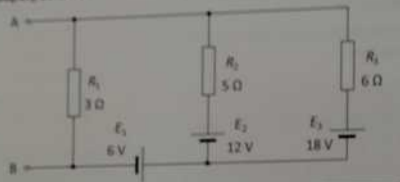

Figura 1.45. Ejercicio de aplicación.

3.12. Calcula las corrientes de cada rama del circuito de la figura en los siguientes casos:

a) Aplicando las leyes de Kirchhoff.
b) Aplicando las ecuaciones de Maxwell.
c) Aplicando el teorema de superposición.
d) Aplicando el método de los nudos.
e) Calcula el circuito equivalente de Thévenin y Norton en los puntos A y B.

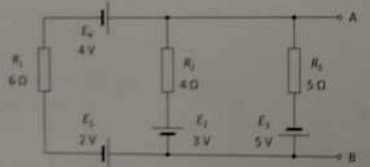

Figura 1.46. Ejercicio de aplicación.

3.13. Calcula las corrientes de cada rama del circuito de la figura en los siguientes casos:

a) Aplicando las leyes de Kirchhoff.
b) Aplicando las ecuaciones de Maxwell.
c) Aplicando el teorema de superposición.
d) Aplicando el método de los nudos.
e) Calcula el circuito equivalente de Thévenin y Norton en los puntos A y B.

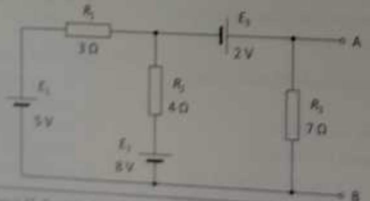

Figura 1.47. Ejercicio de aplicación.

3.14. Calcula las corrientes de cada rama del circuito de la figura.

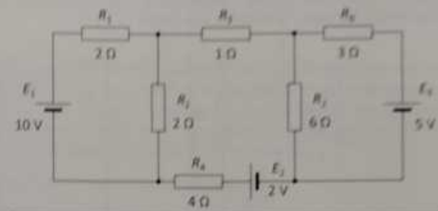

Figura 1.48. Ejercicio de aplicación.

3.15. Calcula las corrientes de cada rama del circuito de la figura.

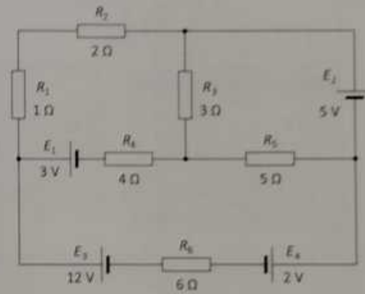

Figura 1.49. Ejercicio de aplicación.

3.16. Calcula las corrientes de cada rama del circuito de la figura.

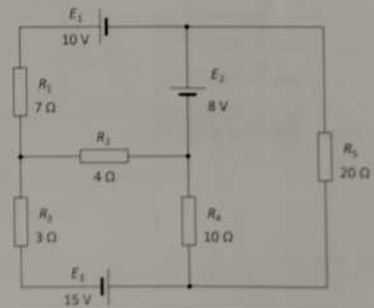

Figura 1.50. Ejercicio de aplicación.

[illegible]

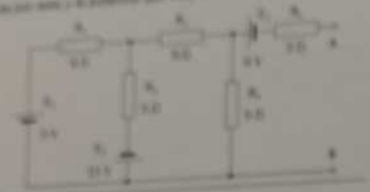

Figura [illegible]. Ejercicio de aplicación.

Calcula la corriente I del circuito de la figura.

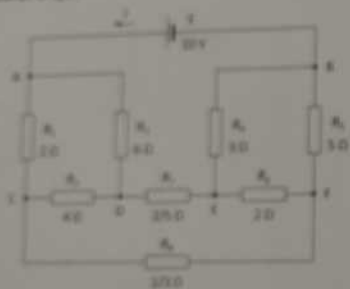

Figura [illegible]. Ejercicio de aplicación.

Calcula la potencia disipada en la resistencia $R_{[illegible]}$. Resuélvelo aplicando el teorema de superposición.

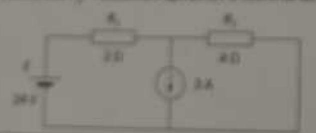

Figura [illegible]. Ejercicio de aplicación.

Actividades de ampliación

[illegible]

Los pasos para resolver un sistema de ecuaciones es el siguiente:

- [illegible] **Ecuaciones** y **Resolver sistema lineal**.

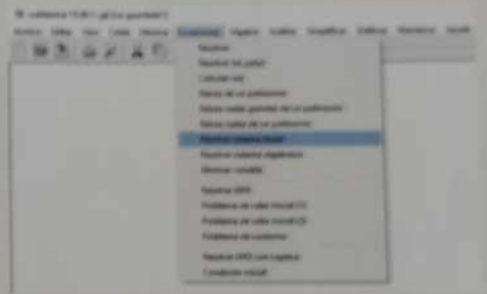

Figura [illegible]. Software Máxima. Sistema de ecuaciones lineales.

- Se introduce las ecuaciones junto con sus incógnitas. En este caso es un sistema de dos ecuaciones. Las incógnitas son I1 e I2 y se introducen separadas por comas.

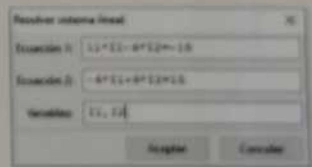

Figura [illegible]. Software Máxima. Introducción del sistema.

- Por último se resuelve.

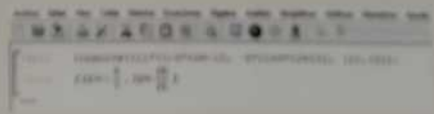

Figura [illegible]. Software Máxima. Solución.